

CS381: Numerical Computation & Softwares

Lagrange Interpolation

Jakramate Bootkrajang

Department of Computer Science

Chiang Mai University

Outline

- Writing functions.
- Dealing with summations.
- Implementing Lagrange interpolation.

การนิยามฟังก์ชัน

ทำได้สองแบบคือแบบ Inline กับแบบที่ใช้ keyword 'function'

```
f(x) = x^2      # การนิยามฟังก์ชัน แบบที่ 1 (inline)

function g(x)   # การนิยามฟังก์ชัน แบบที่ 2
    return x + 2
end

f(8)           # การเรียกใช้ฟังก์ชัน
g(8)           # การเรียกใช้ฟังก์ชัน
```

ฟังก์ชันก็คือ object ชนิดหนึ่ง

เราสามารถส่งฟังก์ชันเป็น parameter ของฟังก์ชันอื่นได้ เช่นการหา composite function

```
h(x) = x^2      # our first function
g(x) = x + 2    # our second function

function compositeFunction(f1, f2, x)    # composite function definition
    return f1(f2(x))
end

result1 = compositeFunction(h,g,4)      # this computes h(g(4))
result2 = compositeFunction(g,h,4)      # this computes g(h(4))
```

Implementing Lagrange Polynomial

- ข้อมูลของเราอยู่ในรูปของคู่อันดับ $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots, (x_n, f(x_n))$

- Formula is

$$Q_n(x) = \sum_{j=0}^n f(x_j)L_j(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x) + \dots + f(x_n)L_n(x)$$

- โดยที่

$$L_j(x) = \frac{\prod_{i=0, i \neq j}^n (x - x_i)}{\prod_{i=0, i \neq j}^n (x_j - x_i)}$$

- และ $f(x_j)$ คือข้อมูลที่เรามี สำหรับ $j \in \{0, \dots, n\}$

Let's start with constructing our data

สมมติว่าข้อมูลของเราอยู่ในรูปของ $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ เราต้องการจำลองข้อมูลขึ้นมา เราจะ
ต้องทำอะไร ?

```
f(x) =       # function definition  
x = [-10 5 2 7] # กำหนดขอบเขตของตัวแปรต้น  
y = f(x) # คำนวณค่าของ f(x)
```

ในที่นี้เรา simulate ข้อมูลมา 4 ตัว เนื่องจากการจะประมาณค่าของพหุนามกำลัง n ได้ ต้องใช้
ข้อมูล $n + 1$ ตัว

Now for $Q_n(x)$

ต่อไปเราจะสร้างฟังก์ชันเพื่อคำนวณ $Q_n(x) = \sum_{j=0}^n f(x_j)L_j(x) = \sum_{j=0}^n y_jL_j(x)$

ปกติแล้วถ้าเห็น summation เราจะนึกถึง for loop !!

```
function Qn(v,x,y)
    Q = 0
    for j=1:length(y)
        Q = Q + y[j]*L(x,x[j])
    end
    return Q
end
```

How about $L_j(x)$?

$$L_j(x) = \frac{\prod_{i=0, i \neq j}^n (x - x_i)}{\prod_{i=0, i \neq j}^n (x_j - x_i)}$$

```
function L(v,x,j)
    l = 1
    for i=1:length(x)
        % [Blurred code]
    end
    return l
end
```


Testing your interpolant

ลองประมาณค่า x ที่ไม่ได้เป็นหนึ่งในชุดข้อมูล เช่น 3.3

```
println("True value=", f(3.3), " Estimated=", Qn(3.3,x,y))
```

```
True value=62.974 Estimated=62.9740000000000004
```

Try it yourself

- จะเกิดอะไรขึ้นถ้าจำนวนข้อมูลของเรามีน้อยกว่า 4 ตัว

Must read

- Learn X in Y minutes for Julia

`https://learnxinyminutes.com/docs/julia/`