CS381: Numerical Computation & Softwares

Iterative methods for root finding

Jakramate Bootkrajang

Department of Computer Science

Chiang Mai University

Outline

Implementing Bisection and Newton's method

Approach

- กำหนดฟังก์ชัน $f(x)$ เราต้องการหาค่า x ที่ทำให้ $f(x) \approx 0$
- เดาสุ่มค่าเริ่มต้นของ x แล้วค่อยๆปรับปรุงค่า x ให้เข้าใกล้คำตอบเรื่อยๆ

Bisection method

- เริ่มด้วยการเดาขอบเขตเพื่อกำหนดช่วงที่จะเจอคำตอบอย่างแน่นอน
- กำหนดให้ a และ b แทนขอบเขตทั้งสองของช่วง เราต้องการหาช่วงที่ $f(a) \times f(b) < 0$
- เนื่องจากว่า ถ้า $f\,()$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องในช่วงดังกล่าว จะต้องมีจุดหนึ่งที่ฟังก์ชัน f ตัดกับแกน x หรือคือจุดที่ $f(x) = 0$ อย่างแน่นอน

เริ่มเขียน function bisection

ฟังก์ชันนี้รับตัวแปรสี่ตัว คือ ฟังก์ชัน f และขอบเขตบนล่างของช่วงที่จะค้นหาแทนด้วยตัวเลข a และ b ตามลำดับ สุดท้ายตามด้วยจำนวนรอบในการคำนวณ $iter$

```
function bisection(f,a,b,iter)


end
```

เริ่มเขียน function bisection

จะเห็นว่าไส้ในของ bisection นั้นไม่ยากเลย เราเพียงแต่หาค่าของจุดกึ่งกลางระหว่าง a และ b สมมติให้ชื่อว่า c แล้วก็ .... เรียกตัวเองซ้ำ recursive!! อย่าลืมลดค่า iter ด้วย

```
function bisection(f,a,b,iter)
    c = (a+b)/2
    if f(a)*f(c) < 0
        bisection(f,a,c,iter-1)
    else
        bisection(f,c,b,iter-1)
    end
end
```

When to stop iterating ?

เราต้องกำหนด base case ให้ bisection โดยตรวจสอบ iter ที่เหลือ

```
function bisection(f,a,b,iter)
    if iter==0
        return (a+b)/2
    else
        c = (a+b)/2
        if f(a)*f(c) < 0
        ...
        end
    end
end
```

ทดสอบการทำงานของ bisection

ลองหารากของฟังก์ชัน

```
f(x) = x^2 - 3
a = 1
b = 3

root = bisection(f,a,b,100)
# checking the answer, should be close to 0
f(root)
```

Newton’s method

เริ่มเขียน function newton

ฟังก์ชันนี้รับตัวแปรสี่ตัว คือ ฟังก์ชัน f ฟังก์ชันของอนุพันธ์ของ f ค่าคาดเดาเริ่มต้น x ตามด้วยจำนวนรอบในการคำนวณ $iter$

```
function newton(f,df,x,iter)


end
```

function newton (ต่อ)

ขั้นตอนในการปรับปรุงค่าประมาณของคำตอบสำหรับ Newton's method นั้นทำได้โดย

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

```
function newton(f,df,x,iter)
    for i=1:iter
        x = x - f(x)/df(x)
    end
    return x
end
```

ทดสอบการทำงานของ Newton's method

ลองหารากของฟังก์ชัน

```
f(x)  = x^2 - 3
df(x) = 2x  # or 2*x
x = 8

root = newton(f,df,x,10)
# checking the answer, should be close to 0
f(root)
```

Secant method ?

It’s your homework

- ให้นักศึกษา implement วิธี secant method เพื่อการหารากของสมการ