CS381: Numerical Computation & Softwares

Numerical Differentiation

Jakramate Bootkrajang

Department of Computer Science

Chiang Mai University

Outline

Implementing various differentiation algorithms

Forward approach

ค่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชัน สามารถประมาณได้โดยการคำนวณ

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

```
function forward_diff(f, x, h)
    return (f(x+h) - f(x))/h
end
```

Backword approach

หรืออาจเรียกใช้ Backward approach

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

```
function backward_diff(f, x, h)
    return (f(x) - f(x-h))/h
end
```

A symmetric approach

ทางทฤษฎีแล้วการใช้ symmetric approach อาจทำให้ได้ค่าประมาณของอนุพันธ์ที่เที่ยงตรงมากกว่า

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Exercise: ให้ลองเขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณอนุพันธ์โดย symmetric approach

Finding the best h for symmetric approach

- เราจะทราบได้อย่างไรว่าค่า h ที่เท่าไรถึงจะดีที่สุด
- แน่นอนว่าเราสามารถประมาณค่าดังกล่าวได้จากสมการ
- แต่ในที่นี้เราจะลองหาค่าที่ดีที่สุดของ h โดยวิธี numerical

ทำอย่างไรดี

วิธีการหนึ่งคือการลองค่า h ไปเรื่อยๆแล้วเก็บ error ของค่าประมาณจากค่าอนุพันธ์จริง

```
f(x) = exp(x)
df(x) = exp(x)
err = Vector(20)
for i=1:20
    h =  1/(10^i)
    approx = symmetric_diff(f,0,h)
    exact = df(x)
    err[i] = abs(approx-exact)/abs(exact)
end
```

Plotting the results

จากนั้นเราสามารถวาดกราฟเพื่อแสดงค่า error ที่ค่า h ต่างๆได้

```
using Plots

plotly()

plot(1:20,log.(err))
```

Output