

# Graphs

# Undirected Graphs

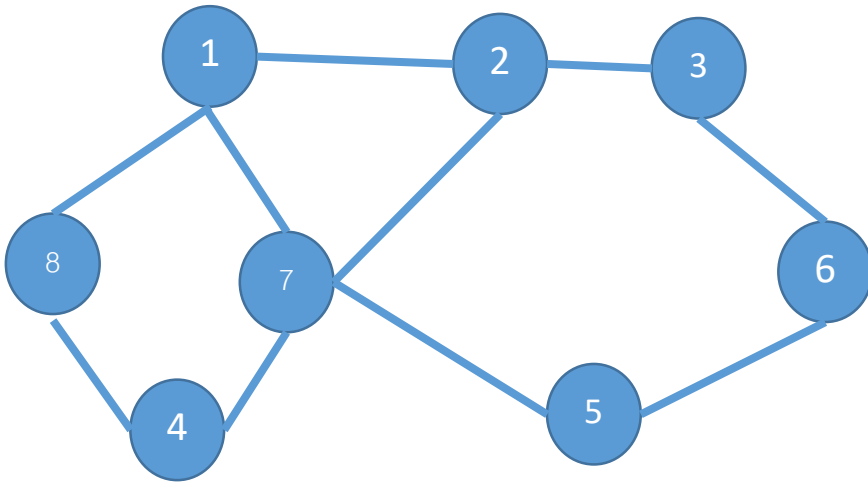
Undirected graph  $G = (V, E)$

$V$  = set ของโหนด (=vertices)

$E$  = set ของเส้นเชื่อมที่เชื่อมระหว่างคู่ของโหนด

กราฟจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง object ต่างๆ

ขนาดของกราฟ  $n=|V|$ ,  $m =|E|$



$V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$E=\{1-2,1-7,1-8,2-3,2-7,3-6,7-5,5-6,8-4,7-4\}$

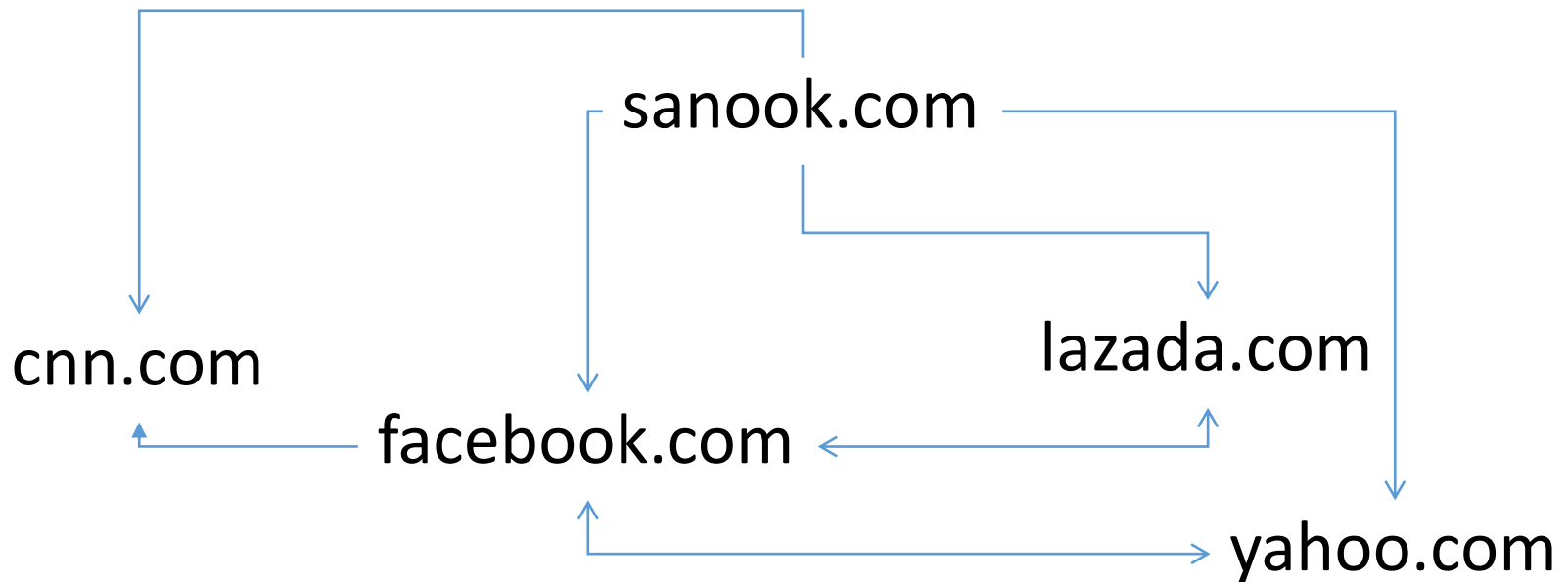
$n=8, m=10$

# World Wide Web

- Web graph

โหนด: web page

เส้นเชื่อม: hyperlink จาก page หนึ่งไปอีก page



# ตัวอย่างกราฟ โหนดและเส้นเชื่อม

Graph	Nodes	Edges
transportation	street intersections	highways
communication	computers	fiber optic cables
world wide web	web pages	hyperlinks
social	people	relationships
food web	species	predator-prey
software system	functions	function calls
scheduling	tasks	precedence constraints
circuits	gates	wires

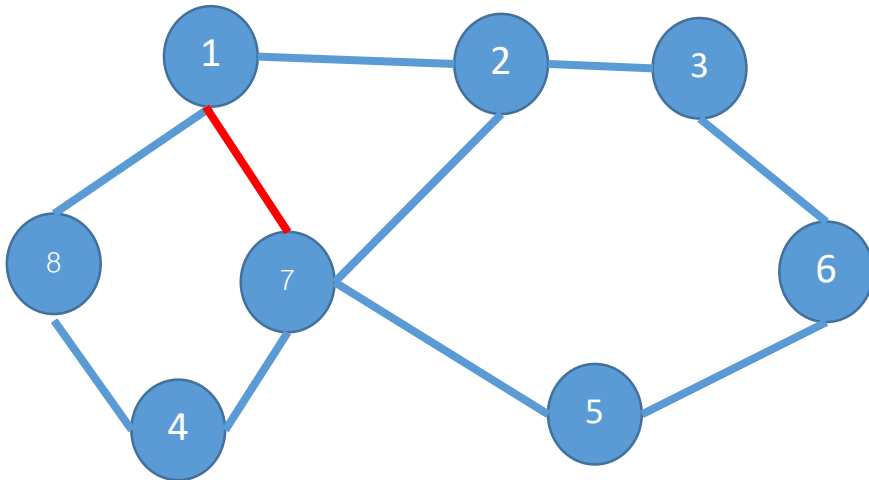
# คำถาม

- การสร้างกราฟจะทำอย่างไร ใช้โครงสร้างข้อมูลอะไร
  - ต้องใช้เนื้อที่เท่าไร
  - ใช้เวลาเท่าไรในการตรวจสอบว่าโหนด 7 และ โหนด 5 ติดกัน
  - ใช้เวลาเท่าไรในการแสดงทุกเส้นเชื่อม
- Adjacency matrix
- Adjacency list

# Adjacency matrix

ใช้  $n \times n$  matrix ที่  $A_{uv} = 1$  ถ้า  $(u,v)$  เป็นเส้นเชื่อม

- แต่ละเส้นเชื่อมจะมีการแสดง 2 ครั้ง
- ใช้เนื้อที่ในการเก็บ  $n^2$
- การตรวจสอบว่า  $(u,v)$  เป็นเส้นเชื่อมหรือไม่ใช้เวลา  $O(1)$
- การระบุทุกเส้นเชื่อมเวลาใช้  $O(n^2)$



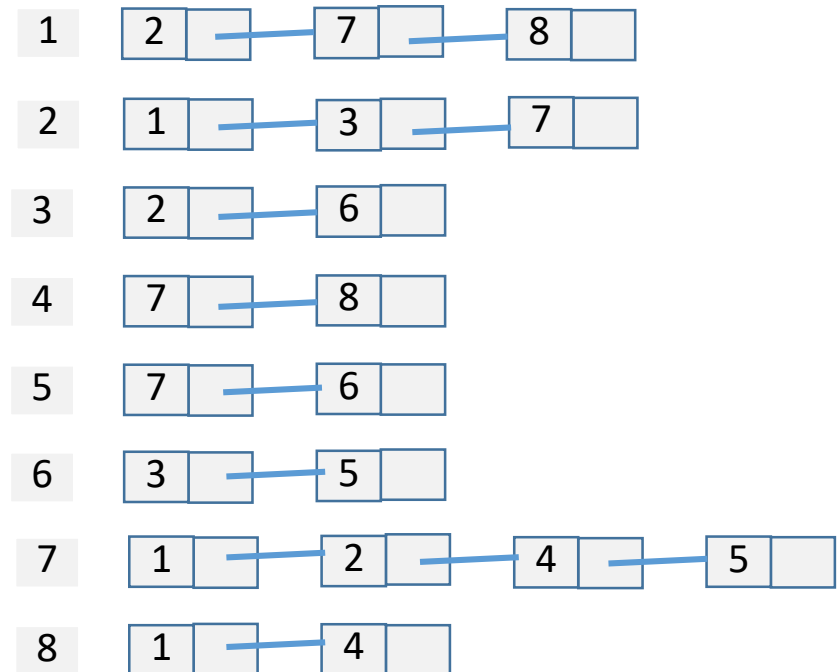
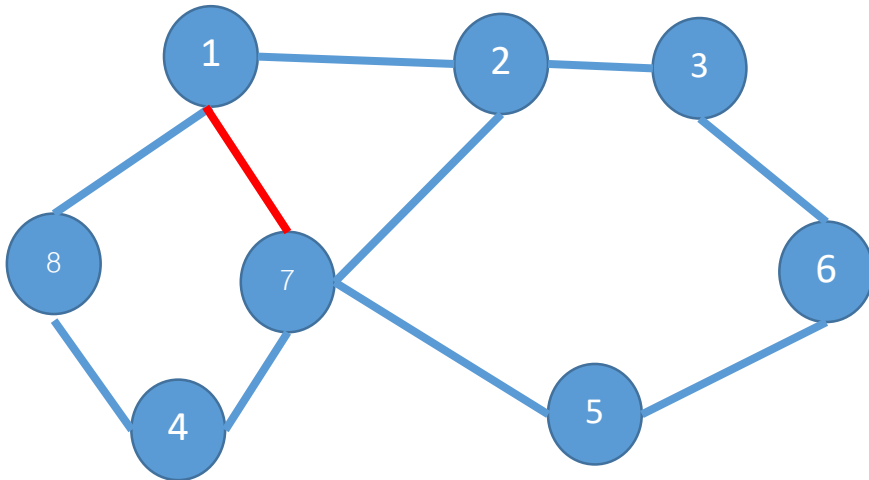
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	0	0	0	1	1
2	1	0	1	0	0	0	1	0
3	0	1	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	1	1	0
6	0	0	1	0	1	0	0	0
7	1	1	0	1	1	0	0	0
8	1	0	0	1	0	0	0	0

# Adjacency list

ใช้ array of list ของโหนด

- แต่ละเส้นเชื่อมจะมีการแสดง 2 ครั้ง
- ใช้เนื้อที่ในการเก็บ  $2m + n$
- การตรวจสอบว่า  $(u,v)$  เป็นเส้นเชื่อมหรือไม่ใช้เวลา  $O(\text{deg}(u))$
- การระบุทุกเส้นเชื่อมเวลาใช้  $O(m+n)$

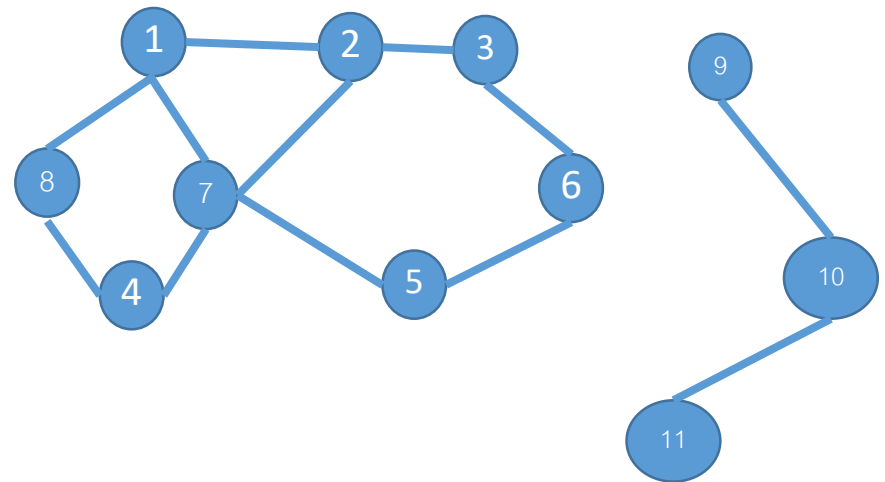
degree = จำนวนของเพื่อนบ้านที่ติดกับ  $u$



# Path and Connectivity

- นิยาม path ในกราฟแบบไม่มีทิศทาง (undirected graph)  $G=(V,E)$  คือลำดับ  $P$  ของโหนด  $v_1, v_2, \dots, v_k$  ที่แต่ละ  $v_i$  และ  $v_{i+1}$  เชื่อมกันด้วยเส้นเชื่อมใน  $E$
- นิยาม path จะเป็น simple ถ้าทุกโหนดไม่ซ้ำกันใน path
- นิยามกราฟแบบไม่มีทิศทางจะเชื่อมต่อกัน (connected) ถ้าสำหรับคู่โหนด  $u$  และ  $v$  ใดๆ จะมี path ระหว่าง  $u$  และ  $v$

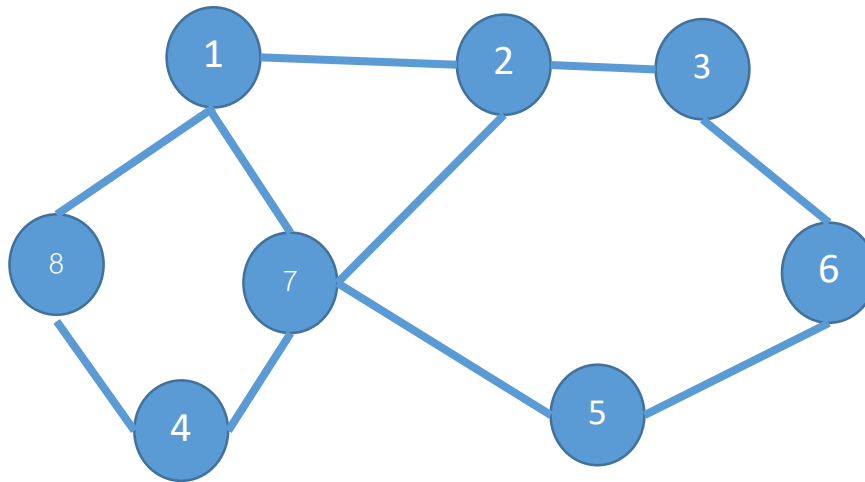
- 1-8-4-7-1-2 เป็น path?
- เป็น simple path?
- กราฟนี้ connected ไหม





# Cycles

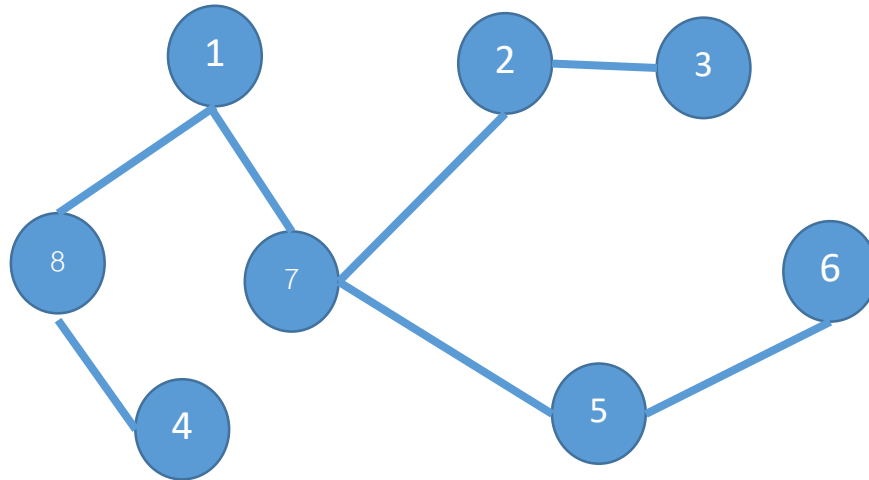
- นิยาม cycle คือ path  $v_1, v_2, \dots, v_k$  ที่  $v_1 = v_k$  เมื่อ  $k > 2$  และ  $k-1$  โหนดแตกต่างกัน



cycle C = 1-8-4-7-1

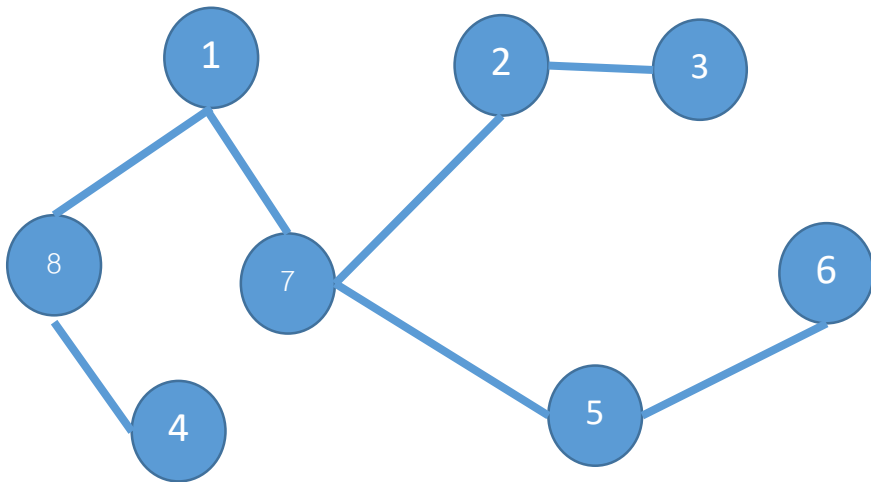
# Trees

- นิยาม กราฟแบบไม่มีทิศทางจะเป็นต้นไม้ถ้ามันเชื่อมต่อกันและไม่มี cycle
- ทฤษฎีบท ให้  $G$  เป็นกราฟแบบไม่มีทิศทางบนโหนด  $n$  โหนด หาก 2 ประโยคด้านล่างเป็นจริงจะทำให้ประโยคที่เหลือเป็นจริง
  - $G$  เป็นกราฟเชื่อมต่อ
  - $G$  ไม่มี cycle
  - $G$  มี  $n-1$  เส้นเชื่อม

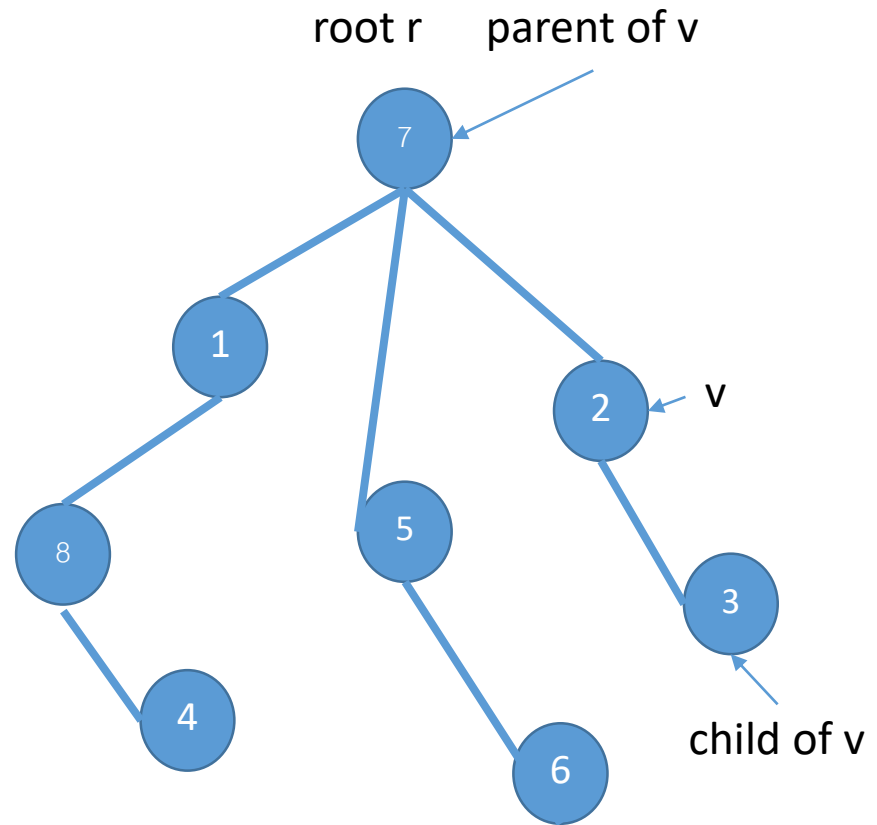


# Rooted Trees

- กำหนดให้ต้นไม้  $T$  เลือกโหนด  $r$  และจัดเรียงให้ทุกเส้นเชื่อมออกจาก  $r$
- เมื่อทำแล้วจะได้โครงสร้างแบบมีลำดับชั้น



tree



tree root at 7