การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข 5

วัตถุประสงค์

1. นักศึกษาเข้าใจภาพรวมของการนำผลลัพธ์จากการวิเคราะห์เชิงพรรณนา การวิเคราะห์เชิงพยากรณ์ มาใช้ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข
2. นักศึกษาสามารถนิยามปัญหาการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดได้
3. นักศึกษาสามารถระบุองค์ประกอบของการจำลองแบบ ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข สำหรับหาคำตอบของปัญหาธุรกิจหนึ่งๆ ได้
4. นักศึกษาเข้าใจกระบวนการของการนำการจำลองแบบ มาใช้ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข

การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข เป็นการนำผลการวิเคราะห์เชิงพรรณา การวิเคราะห์เชิงวินิจฉัย และการวิเคราะห์เชิงพยากรณ์ มาช่วยในการวางแผนหรือการตัดสินใจ โดยมุ่งหวังผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ภายใต้เงื่อนไขหรือข้อจำกัดบางประการ นับได้ว่าการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข เป็นตัวเอกของวิทยาการข้อมูลก็ว่าได้ เพราะทำให้สามารถเห็นภาพรวมของวิทยการข้อมูลทั้งหมด เป็นจุดรวมของการบูรณาการความรู้ทางด้ายวิทยการคอมพิวเตอร์ คณิตศาสตร์และสถิติศาสตร์ และความรู้เฉพาะด้านทางธุรกิจ และทำให้วิทยาการข้อมูลมีความแตกต่างจากศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องอย่างชัดเจน ในบทนี้จะกล่าวถึงการแปลงปัญหาธุรกิจให้อยู่ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization Problem) และนำเสนอตัวอย่างการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูล นอกนี้จะได้กล่าวถึงการนำการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation) มาช่วยในการวางแผนและการตัดสินใจทางธุรกิจด้วย

5.1 เกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข

การวิเคราะห์ทางธุรกิจ (Business Analytics) เป็นการนำข้อมูลในหลากหลายมิติมาวิเคราะห์เพื่อการพัฒนาการดำเนินงานของธุรกิจ และสร้างแผนธุรกิจที่เหมาะสมในการขับเคลื่อนองค์กรสู่อนาคต ในกระบวนการวิเคราะห์ทางธุรกิจ มีการนำความรู้ทางด้านวิทยาการข้อมูล การศึกษาเชิงปฏิบัติการ การเรียนรู้ของเครื่อง และระบบสารสนเทศ มาใช้ในการทำความเข้าใจความหมายของปรากฏการณ์ที่ถูกซ่อนในข้อมูลอย่างลึกซึ้ง และใช้ช่วยในการสนับสนุนการตัดสินใจ การวิเคราะห์ทางธุรกิจ มีขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอน ได้แก่

1. **การวิเคราะห์เชิงพรรณา** เป็นขั้นตอนของการนำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาธุรกิจมาวิเคราะห์ เพื่อทำความเข้าใจและหาเหตุผล (หมายรวมเอา**การวิเคราะห์เชิงวินิจฉัย**ด้วย) ของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในอดีต
2. **การวิเคราะห์เชิงพยากรณ์** เป็นขั้นตอนต่อมาโดยนำเอาผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนการวิเคราะห์เชิงพรรณา และข้อมูลอดีตมาสร้างตัวทำนายสิ่งที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคตหรือความเป็นไปได้ของการเกิดเหตุการณ์ต่างๆ
3. **การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข** เป็นขั้นตอนของการนำผลลัพธ์จากการพยากรณ์อนาคตมาใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยการเสนอคำแนะนำที่เป็น

ประโยชน์ต่อการวางแผนธุรกิจ และแสดงตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับทางเลือกต่างๆ สำหรับใช้ในการตัดสินใจ

ในกระบวนการวิเคราะห์ทางธุรกิจ การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข เป็นขั้นตอนที่มีความซับซ้อนมาก ซึ่งเป็นการนำผลลัพธ์จากการวิเคราะห์เชิงพรรณา (รวมถึงการวิเคราะห์เชิงวินิจฉัย) และการวิเคราะห์เชิงพยากรณ์ มาใช้ประโยชน์ร่วมกับขั้นตอนวิธีการหาค่าที่เหมาะสม ระบบผู้เชี่ยวชาญ ระบบปัญญาประดิษฐ์ และการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ ในบริบทที่เหมาะสม [29] อีกทั้งยังต้องใช้ความรู้เฉพาะด้านทางธุรกิจมาช่วย เพื่อให้ได้คำแนะนำ หรือทางเลือกในการตัดสินใจที่เหมาะสมที่สุด อันจะนำมาซึ่งการแก้ปัญหาหรือการพัฒนาธุรกิจให้ไปสู่จุดหมายแห่งความสำเร็จ

การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ระดับของปฏิสัมพันธ์กับมนุษย์ คือ

1. **ระดับสนับสนุนการตัดสินใจ** เป็นการวิเคราะห์เพื่อให้ได้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ซึ่งสามารถนำไปใช้ประกอบการวางแผนและตัดสินใจโดยมนุษย์ได้
2. **ระดับการตัดสินใจอัตโนมัติ** เป็นการสร้างระบบตัดสินใจและทำงานตามการตัดสินใจอย่างอัตโนมัติโดยไม่มีมนุษย์เข้าไปเกี่ยวข้อง

เพื่อให้เห็นภาพของกระบวนการวิเคราะห์ทางธุรกิจที่มีการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขเข้าไปเกี่ยวข้อง ผู้อ่านสามารถศึกษาได้จากตัวอย่างอย่างง่าย ต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.1

อุตสาหกรรม 4.0 เป็นอุตสาหกรรมที่มีการทำเทคโนโลยีที่ทันสมัยมาใช้ในกระบวนการผลิตและแปรรูป เน้นการนำเทคโนโลยีการสื่อสารระหว่างเครื่องจักรและเทคโนโลยีอินเทอร์เน็ตของสรรพสิ่ง (IoT) มาใช้ เพื่อให้ระบบการผลิตและแปรรูปเป็นระบบอัตโนมัติ

ระบบบำรุงรักษาอุปกรณ์เครื่องจักรเชิงคาดการณ์ เป็นตัวอย่างระบบย่อยหนึ่งในระบบการผลิตและแปรรูปอัตโนมัติ ที่ใช้อุปกรณ์รับรู้ หรือเซนเซอร์ (Sensor) ในการสร้างข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับตัวบ่งชี้ถึงสภาพของเครื่องจักร ข้อมูลที่ถูกสร้างขึ้นเหล่านี้จะถูกใช้สำหรับติดตามสภาพการทำงานของเครื่องจักร และส่งสัญญาณเตือนเมื่อเครื่องจักรทำงานผิดปรกติ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้โดยใช้วิธี**การวิเคราะห์เชิงพรรณา** โดยการเปรียบเทียบค่าตัวแปรต่างๆ ที่สามารถบ่งบอกถึงการทำงานที่ผิดปรกติของเครื่องจักรที่ตรวจวัดได้ เมื่อค่าตัวแปรเหล่านั้นมีความแตกต่างไปจากค่าตัวแปรในยามปรกติอย่างมีนัยสำคัญ จะมีการกระตุ้นให้ตัวแบบทำนาย ซึ่งได้จาก**การวิเคราะห์เชิงพยากรณ์** นำค่าเหล่านั้นไปประเมิน

[29] Katerina Lepenioti, Alexandros Bousdekis, Dimitris Apostolou, and Gregoris Mentzas (2020). "Prescriptive analytics: Literature review and research challenges." In: ***International Journal of Information Management*** 50. url: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0268401218309873

และคาดการณ์สถานะของสภาพของเครื่องจักรในระบบการผลิตที่จะเกิดในอนาคตได้ เช่น การคาดการณ์เวลาที่เครื่องจักรจะทำงานล้มเหลว ยิ่งไปกว่านั้น เรายังสามารถนำวิธีการใน**การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข** มาใช้สร้างคำแนะนำเกี่ยวกับการดำเนินการเพื่อลดความเสียหายที่จะเกิดขึ้นและเวลาที่เหมาะสมในการเปลี่ยนหรือซ่อมบำรุงเครื่องจักร โดยใช้ผลการคาดการณ์ของตัวแบบทำนาย บางตัวแบบทำนายยังสามารถบ่งชี้ตัวแปรหรือปัจจัยที่มีผลต่อการเสื่อมสภาพของเครื่องจักร อันจะเป็นประโยชน์ต่อการนำมาวางแผน หรือปรับปรุงระบบการผลิตให้เครื่องจักรสามารถมีอายุการใช้งานได้ยาวนานยิ่งขึ้น ซึ่งจะช่วยลดต้นทุนการผลิตหรือความเสียหายในกระบวนการผลิตลง และเพิ่มผลผลิตได้มากขึ้น [30]

ตัวอย่าง 5.2

ความแออัดของการจราจรบนท้องถนนเป็นปัญหาหนึ่งของเมืองใหญ่ โดยเฉพาะย่านธุรกิจและศูนย์กลางเมือง เพื่อลดปัญหาดังกล่าว ปัจจุบันมีการใช้เซนเซอร์ในการตรวจจับยานพาหนะที่แล่นผ่านบริเวณต่างๆ และเชื่อมโยงข้อมูลกันเป็นเครือข่าย ข้อมูลจากเครือข่ายติดตามสภาพการจราจรเหล่านั้นสามารถนำมาใช้ประโยชน์ใน**การวิเคราะห์เชิงพรรณา** ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็นข้อมูลที่บ่งบอกถึงความหนาแน่นของยานพาหนะในบริเวณต่างๆ ซึ่งจะถูกส่งต่อไปเพื่อทำ**การวิเคราะห์เชิงพยากรณ์** สำหรับการคาดการณ์การความลื่นไหลของการจราจร อาจทำได้โดยการสร้างตัวแบบทำนายที่สามารถคาดการณ์เวลาที่จะเกิดความแออัดของการจราจรที่สูง ในบริเวณต่างๆ ผลการทำนายนี้จะถูกส่งต่อไปยัง**การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข** เพื่อดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่ง สำหรับลดความแออัดของการจราจรที่จะเกิดขึ้น เช่น การควบคุมไฟสัญญาณจราจร ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวจะเปลี่ยนสถานะการณ์ปัจจุบันของระบบจราจรไม่ให้นำไปสู่สถานะการณ์ที่การจราจรเกิดความแออัดในระดับวิกฤต [30]

ตัวอย่าง 5.3

การแพทย์และการสาธารณสุข เป็นอีกสาขาหนึ่งที่สามารถใช้ประโยชน์จากข้อมูลซึ่งมีอยู่ปริมาณมหาศาลในการปรับปรุงคุณภาพการให้บริการทางสาธารณะสุข ตัวอย่างเช่น ข้อมูลแบบเรียลไทม์จากอุปกรณ์ทางการแพทย์ที่ติดตั้งไว้ในสถานพยาบาลและที่บ้าน เพื่อเฝ้าติดตามอาการของผู้มีความเสี่ยงเป็นโรคโรคหลอดเลือดสมอง เมื่อใดที่ข้อมูลทางด้านสรีระของผู้ถูกติดตามที่ถูกส่งมายังวิธี**การวิเคราะห์เชิงพรรณา** บ่งบอกว่าคนๆ นั้นมีแนวโน้มจะเกิดการเจ็บป่วยด้วยอาการบาดเจ็บทางสมอง สัญญาณเตือนจะถูกส่งไปยังตัวแบบทำนาย ซึ่งถูกสร้างขึ้นจาก**การวิเคราะห์เชิงพยากรณ์** เพื่อ

[30] Katerina Lepenioti, Alexandros Bousdekis, Dimitris Apostolou, and Gregoris Mentzas (2019). “Prescriptive Analytics: A Survey of Approaches and Methods.” In: ***Business Information Systems Workshops***. Ed. by Witold Abramowicz and Adrian Paschke. Cham: Springer International Publishing. isbn: 978-3-030-04849-5

ทำนายภาวะหลอดเลือดสมองอันเนื่องมาจากเส้นเลือดแดงในสมองที่แตก ต่อมาผลการทำนายนี้จะถูกส่งไปทำ**การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข**เพื่อให้แพทย์ผู้เชี่ยวชาญออกใบสั่งแนวทางการรักษาและยาที่สำคัญอย่างทันท่วงที เพื่อยับยั้งภาวะแทรกซ้อนที่อาจจะเกิดขึ้น [30]

ตัวอย่าง 5.4

ระบบท่อส่งแก๊ซธรรมชาติ เป็นระบบที่ต้องมีการเฝ้าติดตามและดูแลรักษา เพื่อให้สามารถส่งแก๊ซธรรมชาติมันอันเป็นทรัพยากรที่มีความสำคัญต่อระบบเศรษฐกิจได้อย่างไม่ติดขัด ระบบท่อส่งแก๊ซธรรมชาติมักมีเซนเซอร์ที่คอยตรวจจับสถานะของท่อส่ง เช่น ปริมาณแก๊ซทั้งภายในและภายนอกท่อส่ง อุณหภูมิ น้ำ ความเครียดของท่อ และการกัดกร่อนของท่อ เป็นต้น โดยเซนเซอร์จะส่งข้อมูลมายังระบบกลางตลอดเวลา เพื่อติดตามสถานะการทำงานของท่อส่งแก๊ซธรรมชาติ และสามารถแก้ไขความผิดพลาดของการส่งได้อย่างทันท่วงที ข้อมูลจากเซนเซอร์ยังสามารถนำมาใช้ประโยชน์เพื่อการป้องกันความเสียหายที่จะเกิดขึ้นจากการที่ท่อส่งเกิดความเสียหายหรือแตก ค่าตัวแปรต่างๆ จะถูกนำมาวิเคราะห์หาลักษณะของข้อมูลในภาวะที่ระบบส่งแก๊ซธรรมชาติ ยังทำงานปรกติด้วย**การวิเคราะห์เชิงพรรณา** ข้อมูลทั้งหมดซึ่งรวมถึงสถานะของท่อส่งเมื่อเกิดเหตุการณ์ท่อแตก ถูกนำมาสร้างตัวแบบทำนายสถานะของท่อส่งในอนาคตอันใกล้ (ท่อแตก หรือ ปรกติ) ใน**การวิเคราะห์เชิงพยากรณ์** เมื่อใดที่ค่าตัวแปรจากเซนเซอร์มีความผิดปรกติ ค่าตัวแปรเหล่านั้น จะถูกส่งให้ตัวแบบทำนายสถานะของท่อส่งที่จะเกิดขึ้น หากตัวแบบคาดการณ์ว่าท่อส่ง ณ จุดที่เซนเซอร์ติดตั้งอยู่ใกล้แตก สัญญาณเตือนจะถูกส่งไปยัง**การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข** เพื่อหลีกเลี่ยงความเสียหายที่จะเกิดขึ้น อาจพิจารณาเปลี่ยนเส้นทางการส่งแก๊ซ หรือลดปริมาณการส่งแก๊ซในท่อนั้นลง เพื่อเข้าไปซ่อมแซมความเสียหาย นอกจากนี้บางตัวแบบทำนาย ยังให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ เช่น ตัวแปรบางตัวและค่าตัวแปรที่นำไปสู่การแตกของท่อ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการติดตามและคอยหลีกเลี่ยงไม่ให้สถานะของท่อส่งไปถึงจุดวิกฤตที่จะทำให้ท่อแตก และยังนำมาใช้วางแผนการปรับปรุงสภาพแวดล้อมของท่อส่งเพื่อควบคุมปัจจัยต่างๆ ที่เร่งการแตกของท่อ

5.2 การหาค่าเหมาะที่สุด

ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข ปัญหาธุรกิจสามารถถูกมองให้อยู่ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization Problem) ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์รูปแบบหนึ่ง โดยการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดนี้ เป็นการค้นหาตัวเลือก

ที่ดีที่สุดที่ทำให้ฟังก์ชันที่เป็นวัตถุประสงค์มีค่าเหมาะที่สุดตามเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยเลือกจากเซตของตัวเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมด การนิยามปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด จะต้องกำหนด 3 องค์ประกอบสำคัญ ดังนี้

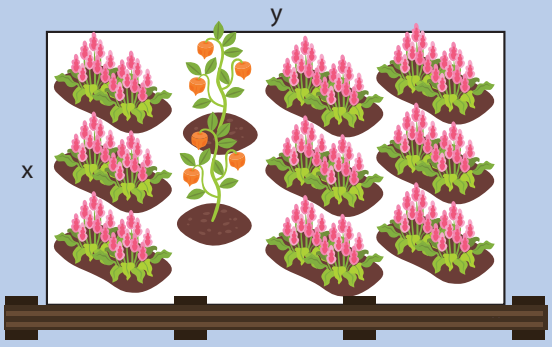
- **ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable)** เป็นตัวแปรที่เป็นคำตอบของการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด
- **ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)** เป็นฟังก์ชันที่ใช้แทนเป้าหมายของปัญหาในรูปสมการคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องนิยามในรูปฟังก์ชันของตัวแปรตัดสินใจ โดยมีเป้าหมาย คือ การหาค่าตัวแปรตัดสินใจที่ทำให้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าต่ำสุดหรือสูงสุดแล้วแต่กรณี
- **ข้อจำกัด (Constrain)** เป็นเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีความสัมพันธ์ต่อตัวแปรในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ตัวอย่าง 5.5

ปัญหาธุรกิจ เจ้าของบ้านหลังหนึ่งต้องการสร้างสวนดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในบริเวณบ้านของเขาโดยมีด้านหนึ่งของสวนดอกไม้ติดกับกำแพงบ้าน ส่วนอีก 3 ด้านของสวนเขาต้องการล้อมด้วยสายไฟเบอร์ที่มีอยู่ ความยาว 100 ฟุต เจ้าของบ้านจะต้องสร้างรั่วที่แต่ละด้านมีความยาวเท่าใด ที่จะทำให้สวนดอกไม้ของเขามีพื้นที่มากที่สุด [31]

[31] *Optimization Problems* (2020). Accessed on 17 December 2020. url: https://math.libretexts.org/@go/page/4467

จากปัญหาข้างต้น กำหนดให้ด้านที่ติดกับกำแพงบ้านและด้านตรงข้ามมีความยาว y ฟุต และด้านประชิดกำแพงบ้านทั้ง 2 ด้าน ยาวด้านละ x ฟุต ดังนั้น จะสามารถแสดงแผนภาพของสวนดอกไม้ ได้ดังรูปต่อไปนี้



เราสามารถนิยามปัญหานี้ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดได้ ดังนี้

ตัวแปรตัดสินใจ: จากโจทย์ปัญหาจะเห็นได้ว่าเราต้องการทราบความยาวที่เหมาะสมของแต่ละด้านของสวนดอกไม้ ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น ตัวแปรตัดสินใจในปัญหานี้ คือ ความยาวของละด้านของสวนดอกไม้ ซึ่งแทนด้วยตัวแปร x คือ ความยาวของด้านประชิดกำแพงบ้านแต่ละด้าน

และ y คือ ความยาวของด้านที่ติดกับกำแพงบ้านและด้านตรงข้ามกำแพงบ้าน

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์: เป้าหมายของปัญหานี้ คือ พื้นที่ของสวนดอกไม้มีค่ามากที่สุด จากสูตรพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก $Area = width \times height$ เราจะได้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $f(x, y) = x \times y$ โดยมีเป้าหมาย คือ การหาค่า x และ y ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x, y)$ มีค่ามากที่สุด สามารถแสดงโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

$$\arg\max_{x,y} \quad x \times y$$

ข้อจำกัด: จากปัญหาธุรกิจข้างต้น จะเห็นว่าปัญหานี้มีข้อจำกัด นั่นคือ สายไฟเบอร์ที่ใช้ล้อมรั้วจะต้องเท่ากับ 100 ฟุต เนื่องจากเราต้องใช้สายไฟเบอร์ในการล้อมรั้ว 3 ด้าน คือ ด้านตรงข้ามกำแพงความยาว y ฟุต และด้านประชิดกำแพงความยาวด้านละ x ฟุต ดังนั้น ข้อจำกัดของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดนี้ คือ

$$2x + y = 100$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

ตัวอย่าง 5.6

ปัญหาธุรกิจ ในแต่ละเดือน โรงงานผลิตและจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำแห่งหนึ่ง มีต้นทุนการผลิตอุปกรณ์กึ่งตัวนำ 1 ชิ้น เท่ากับ 2 เท่าของจำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ผลิตและต้นทุนเพิ่มเติมอีก 1,000 ดอลลาร์สหรัฐ ในขณะที่ราคาของอุปกรณ์กึ่งตัวนำ 1 ชิ้น สามารถจำหน่ายได้ในราคา 10,000 ดอลลาร์สหรัฐลบด้วยจำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ผลิต โรงงานผลิตแห่งนี้จะต้องผลิตและจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำจำนวนเท่าใด จึงจะได้กำไรจากการจำหน่ายสูงที่สุด [32]

จากปัญหาข้างต้น กำหนด n คือ จำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ผลิตโดยบริษัทแห่งนี้ เราสามารถนิยามปัญหานี้ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดได้ ดังนี้

ตัวแปรตัดสินใจ: จากโจทย์ปัญหาจะเห็นได้ว่าเราต้องการทราบจำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่โรงงานแห่งนี้จะต้องผลิตและจำหน่าย ดังนั้น ตัวแปรตัดสินใจในปัญหานี้ คือ จำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้ ซึ่ง

[32] ***Optimization Problems in Economics*** (n.d.). Accessed on 10 November 2020. url: https://www.math24.net/optimization-problems-economics

แทนด้วยตัวแปร n

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์: เป้าหมายของปัญหานี้ คือ กำไรจากการจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำ จำนวน n ชิ้น ซึ่งสามารถคำนวณได้จากผลต่างของราคาขายและต้นทุนการผลิต พิจารณารายได้จากการจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำจำนวน n ชิ้น จากปัญญหาธุรกิจ ราคาของอุปกรณ์กึ่งตัวนำ 1 ชิ้น สามารถจำหน่ายได้ในราคา 10,000 ดอลลาร์สหรัฐลบด้วยจำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ผลิต นั่นคือ $(10,000 - n)$ ดังนั้น รายได้จากการจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำจำนวน n จึงเท่ากับ $n(10,000 - n)$ ต่อมาพิจารณาต้นทุนการผลิตอุปกรณ์กึ่งตัวนำ 1 ชิ้น มีต้นทุนเท่ากับ 2 เท่าของจำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ผลิตและต้นทุนเพิ่มเติมอีก 1,000 ดอลลาร์สหรัฐ นั่นคือ $(2n + 1,000)$ ดังนั้น ต้นทุนการผลิตอุปกรณ์กึ่งตัวนำ n ชิ้น จึงเท่ากับ $n(2n + 1,000)$ เพราะฉะนั้น กำไรจากการจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำ จำนวน n ชิ้น จึงเท่ากับ

$$n(10,000 - n) - n(2n + 1,000) = 10,000n - n^2 - 2n^2 - 1,000n = 9,000n - 3n^2$$

เราจะได้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $f(n) = 9,000n - 3n^2$ โดยมีเป้าหมาย คือ การหาค่า n ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(n)$ มีค่าสูงสุด สามารถแสดงโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

$$\arg\max_{n} \quad 9,000n - 3n^2$$

ข้อจำกัด: จากตัวแปรตัดสินใจในปัญหานี้ คือ จำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่จะต้องผลิตและจำหน่าย ซึ่งแทนด้วย ตัวแปร n นั่นหมายความว่า n จะต้องเป็นจำนวนเต็ม และมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 (กรณีที่ไม่ผลิตเลย) ดังนั้น ข้อจำกัดของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดนี้ คือ

$$n \geq 0$$

เมื่อนิยามปัญหาธุรกิจในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแล้ว ต่อมาจึงทำการแก้ปัญหาการการหาค่าเหมาะที่สุดโดยเลือกใช้ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization Algorithm) ซึ่งมีหลากหลายวิธีการที่มีประสิทธิภาพและความเหมาะสมกับปัญหาแตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) การโปรแกรมเชิงพลวัต (Dynamic Programming) กระบวนการสโตคาสติก (Stochastic Processes) และ ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm) เป็นต้น ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดเหล่านั้นมีรายละเอียดเชิงเทคนิคและการคำนวณที่ซับซ้อน จึงไม่ขอนำมากล่าวในที่นี้ อย่างไรก็ตามจะแสดงตัวอย่างการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของตัวอย่าง 5.5 และ 5.6 ดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.7

จากตัวอย่าง 5.5 เราต้องการทราบความยาวแต่ละด้านของสวนดอกไม้ ที่ทำให้สวนมีพื้นที่มากที่สุด โดยได้นิยามเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ดังนี้

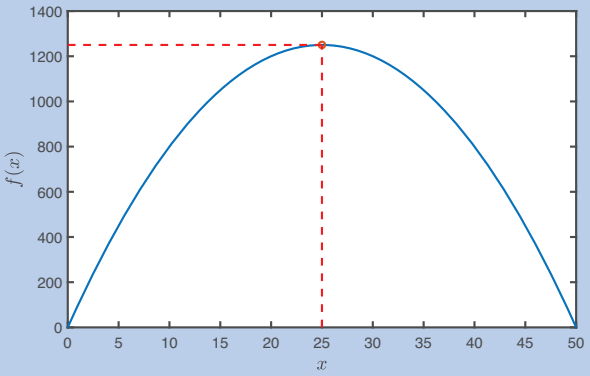
$$\begin{aligned} \arg\max_{x,y} \quad & x \times y \\ \text{s.t.} \quad & 2x + y = 100 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

เมื่อ x คือ ความยาวด้านประชิดกำแพงบ้านในหน่วยฟุต และ y คือ ความยาวด้านตรงข้ามกำแพงบ้านในหน่วยฟุต

จากปัญหาข้างต้น พบว่ามีตัวแปรตัดสินใจ 2 ตัวแปร นั่นคือ x และ y ในที่นี้จะพิจารณาหาค่าเหมาะที่สุดของตัวแปร x ก่อน จากสมการข้อจำกัด เราสามารถเขียนใหม่ได้ คือ $y = 100 - 2x$ นำสมการข้อจำกัดนี้ แทนในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ จะได้

$$f(x) = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$$

จากนั้นหาค่า x ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x)$ มีค่ามากที่สุด จากสมการข้อจำกัด เราทราบว่าค่า $x \geq 0$ และค่า x จะมีค่ามากที่สุดเมื่อ $y = 0$ ดังนั้น x จะมีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ คือ 50 ดังนั้น เราจะพิจารณาค่า x ในช่วง $[0, 50]$ ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x)$ มีค่ามากที่สุด โดยแสดงแผนภาพฟังก์ชัน $f(x)$ และ x ดังภาพด้านล่าง



จากภาพจะสังเกตได้ว่าค่าฟังก์ชัน $f(x)$ มีค่ามากที่สุด เมื่อค่า x เท่ากับ 25 จากนั้นนำค่า x ที่ได้นี้แทนลงในสมการข้อจำกัด จะได้ $y = 100-(2\times25) = 50$

เมื่อกำหนดค่าตัวแปร $x = 25$ และ $y = 50$ แล้ว พื้นที่สวนดอกไม้จะมีค่าเท่ากับ $25 \times 50 = 1,250$ ตารางฟุต

ดังนั้น ความยาวของสวนด้านประชิดกำแพงบ้าน จะต้องมีค่า เท่ากับ 25 ฟุต และความยาวของสวนด้านตรงข้ามกำแพงบ้าน จะต้องมีค่าเท่ากับ 50 ฟุต จึงจะได้สวนดอกไม้ที่มีพื้นที่มากที่สุด นั่นคือ 1,250 ตารางฟุต

ตัวอย่าง 5.8

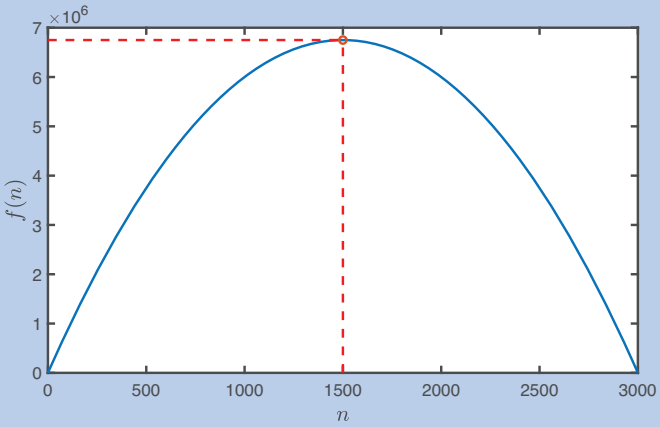
จากตัวอย่าง 5.6 เจ้าของโรงงานต้องการวางแผนการผลิตอุปกรณ์กึ่งตัวนำ โดยต้องการทราบปริมาณการผลิตในเวลา 1 เดือน ที่ทำให้ได้กำไรจากการจำหน่ายมากที่สุด โดยได้นิยามในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ดังนี้

$$\arg\max_{x,y} \quad 9,000n - 3n^2$$

$$\text{s.t.} \quad n \geq 0$$

เมื่อ n คือ จำนวนอุปกรณ์กึ่งตัวนำที่ต้องผลิต

จากปัญหาข้างต้น สามารถแสดงค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $f(n) = 9,000n - 3n^2$ ที่เปลี่ยนแปลงตามค่าตัวแปร n ในรูปแผนภาพได้ ดังนี้



จากแผนภาพข้างต้น พบว่า เมื่อ n มีค่าเท่ากับ $1,500$ ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุด ซึ่งเท่ากับ $(9,000 \times 1,500) - (3 \times 1,500^2) = 6,750,000$ ดอลลาร์สหรัฐ

ดังนั้น เจ้าของโรงงานต้องกำหนดแผนการผลิตและจำหน่ายอุปกรณ์กึ่งตัวนำ จำนวน 1,500 ชิ้น จึงจะได้กำไรจากการจำหน่ายสูงที่สุด เท่ากับ 6.75 ล้านดอลลาร์สหรัฐ

โดยสรุปแล้ว ในการแก้ปัญหาธุรกิจโดยการมองปัญหาในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด มีขั้นตอน ดังนี้

1. ระบุตัวแปรตัดสินใจของปัญหา ซึ่งเป็นตัวแปรที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด
2. กำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของปัญหา โดยเป็นฟังก์ชันที่มีตัวแปรตัดสินใจเป็นตัวแปรอิสระ
3. กำหนดข้อจำกัดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์
4. เลือกขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด และทำการแก้ปัญหาที่กำหนดขึ้น

คำตอบจากการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด จะเป็นคำตอบของปัญหาธุรกิจด้วยเช่นกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาข้างต้นล้วนแต่มีความสำคัญและจำเป็นต้องมีความถูกต้อง หากทำการนิยามปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด (ขั้นตอนที่ 1 ถึง 3) ไม่ตรงปัญหาธุรกิจแล้ว คำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดย่อมจะไม่สามารถนำไปใช้ตอบปัญหาธุรกิจได้ ในขั้นตอนนี้จะต้องอาศัยความเข้าใจในปัญหาธุรกิจ และความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาธุรกิจ เข้ามาช่วยในการแปลงปัญหาธุรกิจให้อยู่ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ส่วนในขั้นตอนการแก้ปัญหา (ขั้นตอนที่ 4) จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ โดยส่วนใหญ่แล้วขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดมักมีการคำนวณที่ซับซ้อน ซึ่งต้องอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ความรู้ทางด้านวิทยาการคอมพิวเตอร์จะสามารถนำมาช่วยในการเขียนโปรแกรมเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เนื่องจากในการแก้ปัญหาธุรกิจผ่านการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด จะต้องทำการนิยามเป้าหมายของปัญหาธุรกิจให้อยู่ในรูปฟังก์ชันวัตถุประสงค์ อย่างไรก็ตาม ในบางปัญหาที่มีความซับซ้อนและมีความไม่แน่นอนมาเกี่ยวข้องการหาฟังก์ชันที่แท้จริงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตัดสินใจและตัวแปรเป้าหมายนั้นทำได้ยาก วิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาแก้ปัญหานี้ได้ นั่นคือการหาฟังก์ชันที่ประมาณความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตัดสินใจและตัวแปรเป้าหมาย ซึ่งสามารถทำได้โดยนำอาศัยข้อมูลในอดีตระหว่างตัวแปรทั้งสองส่วนมาวิเคราะห์ความสัมพันธ์ หากย้อนกลับไปยังบทเรียนก่อนหน้า ตัวแบบทำนายนับเป็นฟังก์ชันที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (ในที่นี้ คือ ตัวแปรตัดสินใจ) และตัวแปรเป้าหมาย ซึ่งได้มาจากกระบวนการเรียนรู้ของเครื่องโดยอาศัยข้อมูลอดีต ดังนั้น ตัวแบบทำนายนี้จึงสามารถนำมาใช้ในรูปแบบฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้เช่นกัน ตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นตัวอย่างการนำตัวแบบทำนายจากการวิเคราะห์เชิงพยากรณ์มาใช้ในปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด

ตัวอย่าง 5.9

กระดาษเป็นวัสดุอย่างหนึ่งที่มีการใช้ประโยชน์อย่างหลากหลายด้าน เช่น การเขียน การพิมพ์ หีบห่อสินค้า วัสดุทำความสะอาด ของตกแต่ง และกระบวนการอุตสาหกรรมและการก่อสร้าง เป็นต้น ปริมาณความชื้น เป็นคุณลักษณะอย่างหนึ่งของกระดาษ และเป็นตัวชี้วัดคุณสมบัติการต้านทางความเค้นของกระดาษ

บริษัท ITC Infotech ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความชื้นในกระดาษและตัวแปรต่างๆ ในกระบวนการผลิต ซึ่งถูกตรวจวัดด้วยเซนเซอร์ เช่น ความดันไอน้ำ การไหลของวัสดุ และความเร็วของเครื่องจักร สำหรับกระดาษแต่ละเกรด ตัวแบบการถดถอยหลายตัวแบบได้ถูกศึกษา อาทิ ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โครงข่ายประสาทเทียม และซัพพอร์ตเวกเตอร์แมทชีนสำหรับการถดถอย เป็นต้น ตัวแบบที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความชื้นในกระดาษและตัวแปรในกระบวนการผลิตได้ดีที่สุดถูกเลือกนำมาใช้ (แทนตัวแบบที่นำมาใช้ด้วยฟังก์ชัน $f(x_1, x_2, ..., x_p)$ เมื่อ x_j คือ ค่าตัวแปรหนึ่งในกระบวนการผลิต) ตัวแปรในกระบวนการผลิตที่ส่งผลต่อผลผลิตสุดท้ายอย่างมีนัยสำคัญ และค่าตัวแปรที่เหมาะสมที่ทำให้ค่าปริมาณความชื้นในกระดาษอยู่ในระดับที่ต้องการถูกกำหนดโดยใช้วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบเฟ้นสุ่ม (Stochastic Optimization) ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดนี้ กำหนดได้โดยการพิจารณาความแตกต่างของค่าปริมาณความชื้นในกระดาษที่ต้องการและค่าปริมาณความชื้นที่ได้จากตัวแบบ $f(x_1, x_2, ..., x_p)$ สามารถนิยามในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ดังนี้

$$\arg \min_{x_1, x_2, ..., x_p} \quad \left(y_0 - f(x_1, x_2, ..., x_p)\right)^2$$

$$\text{s.t.} \quad x_{j,min} \le x_j \le x_{j,min}$$

เมื่อ y_0 คือ ระดับปริมาณความชื้นในกระดาษที่ต้องการ $x_{j,min}$ และ $x_{j,max}$ คือ ค่าน้อยที่สุดและมากที่สุดของตัวแปร x_j ที่เป็นไปได้ ค่าตัวแปรที่เหมาะสมที่ได้ถูกนำมาตั้งค่าให้แก่เครื่องกลผลิตกระดาษ และทำให้ปริมาณความชื้นในกระดาษที่ผลิตได้อยู่ในช่วงตามที่คาดหวัง [33]

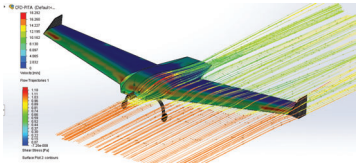
5.3 การจำลองแบบ

ในบางปัญหาธุรกิจ เราอาจไม่สามารถทำการวิเคราะห์หรือทดสอบสมมติฐานเพื่อหาแนวทางแก้ปัญหาได้ในโลกความจริง อาจอันเนื่องมาจากการมีค่าใช้จ่าย

[33] Anindya Neogi and Nikhil Dodecha (n.d.). ***Product quality improvement in manufacturing using Machine Learning and Stochastic Optimization***. Accessed on 10 November 2020. url: https://www.itcinfotech.com / blogs / product - quality - improvement - in - manufacturing - using - machine - learning - and - stochastic-optimization/

สูงในการทำการทดลอง เหตุการณ์ที่สนใจเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่บ่อยครั้ง หรือเป็นเหตุการณ์ในอุดมคติ หรือมีความเป็นอันตรายสูงหากทำการทดลองจริง เป็นต้น ดังนั้น **การจำลองแบบ (Simulation)** ซึ่งเป็นการจำลองโลกความจริง (Real World) เหล่านั้นให้อยู่ในโลกเสมือน (Virtual World) จึงเป็นอีกแนวทางหนึ่งในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขที่สามารถก้าวข้ามข้อจำกัดเหล่านั้นได้

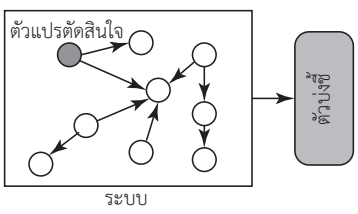
การจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation) เป็น กระบวนการ สร้าง แบบ จำลอง ของ ระบบ จริง (อาจ เป็น สถานการณ์ ใน โลก ของ ความ เป็น จริง หรือ ภายใต้ สมติฐาน บาง ประการ ก็ได้) ด้วย โปรแกรม คอมพิวเตอร์ แล้ว ดำเนิน การ ทดลอง เพื่อ เรียน รู้ พฤติกรรม ของ ระบบ และ วิเคราะห์ ผลลัพธ์ ที่ ได้ จาก การ ทดลอง ก่อน นำ ไป ใช้ แก้ ปัญหา ใน สถานการณ์ จริง ต่อ ไป ตัวอย่าง เช่น การ ออกแบบ โครงสร้าง อาคาร เพื่อ ให้ ทน ต่อ แรง แผ่น ดิน ไหว มี การ ใช้ โปรแกรม คอมพิวเตอร์ ใน การ ออกแบบ โครงสร้าง อาคาร และ จำลอง การ เกิด แผ่น ดิน ไหว ใน ระดับ ความ รุนแรง ต่างๆ เพื่อ สังเกต ความ แข็ง แรง ของ โครงสร้าง อาคาร ที่ ออกแบบ และ การ ออกแบบ เครื่อง บิน บน โปรแกรม คอมพิวเตอร์ ที่ สามารถ จำลอง สถานการณ์ ทาง พลศาสตร์ ของ ไหล หลาก หลาย รูป แบบ เพื่อ ศึกษา คุณสมบัติ ทาง อากาศพลศาสตร์ และ สมรรถภาพ ของ เครื่อง บิน ที่ ออกแบบ เป็นต้น



ภาพ 5.1: ตัวอย่าง การ จำลอง เชิง พลศาสตร์ ของ ไหล ด้วย โปรแกรม SolidWorks สำหรับ การ ออกแบบ เครื่อง บิน (ที่มา: https://tulph.weebly.com/aircraft-design.html)

ในการนำการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข มีสิ่งที่จะต้องพิจารณา ดังนี้

- **ระบบและตัวแปรในระบบ** เป็นสถานการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่ห่อหุ้มสิ่งที่ต้องตัดสินใจ ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรหรือสิ่งต่างๆ ที่มีพลวัตร อาจเป็นสิ่งที่ควบคุมได้หรือไม่สามารถควบคุมได้ก็ได้ และทราบพฤติกรรมของสิ่งเหล่านั้น
- **ตัวแปรตัดสินใจ** เป็นสิ่งมีต้องการหารูปแบบหรือค่าที่เหมาะสม ภายใต้ระบบที่สนใจ อาจมีเพียงหนึ่งตัวแปรหรือหลายตัวแปรก็ได้ ตัวแปรตัดสินใจจะต้องเป็นส่วนหนึ่งของระบบ พฤติกรรมหรือค่าของตัวแปรตัดสินใจส่งผลต่อสถานะของระบบด้วย
- **ตัวบ่งชี้ระบบ** เป็นมาตรวัดคุณสมบัติอันใดอันหนึ่งของระบบ อาจนิยามในรูปฟังก์ชันคณิตศาสตร์ของตัวแปรต่างๆ ในระบบ โดยไม่จำเป็นต้องมีพจน์ของตัวแปรตัดสินใจก็ได้



ภาพ 5.2: องค์ ประกอบ ใน การ จำลอง แบบ ด้วย โปรแกรม คอมพิวเตอร์ สำหรับ การ วิเคราะห์ เชิง วาง เงื่อนไข สัญลักษณ์ วงกลม แทน ตัวแปร ต่างๆ ใน ระบบ และ สัญลักษณ์ วงกลม ทึบ แทน ตัวแปร ตัดสินใจ

สำหรับรูปแบบหรือค่าของตัวแปรตัดสินใจหนึ่งๆ การจำลองแบบ 1 ตัวแบบจะถูกสร้างขึ้น โดยปล่อยให้ระบบดำเนินการไปอย่างอัตโนมัติในช่วงระยะเวลาหนึ่งที่มากเพียงพอ แล้วทำการคำนวณค่าตัวบ่งชี้ระบบ ค่าตัวบ่งชี้ระบบที่คำนวณได้นี้เป็นค่าที่เกิดขึ้นจากตัวแปรตัดสินใจรูปแบบหนึ่ง ผ่านสถานะหรือพฤติกรรมของระบบ กล่าวคือ แทนที่จะคำนวณค่าตัวบ่งชี้ระบบจากค่าของตัวแปรตัดสินใจโดยตรง เราวัดผลกระทบของตัวแปรตัดสินใจจากการสังเกต

ทั้งระบบ ความเกี่ยวเนื่องกันของทั้ง 3 องค์ประกอบในการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แสดงได้ดังภาพ 5.2 ในการทดลองนั้น เราจะทำการจำลองแบบสำหรับทุกๆ รูปแบบของ ตัวแปรตัดสินใจ และตัดสินใจเลือกรูปแบบที่เหมาะสมที่สุดโดยการพิจารณาค่าตัวบ่งชี้ระบบจากแต่ละการทดลองที่คำนวณได้ เพื่อให้เข้าใจมากยิ่งขึ้น ผู้อ่านสามารถศึกษาตัวอย่างการนำการจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข ต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.10

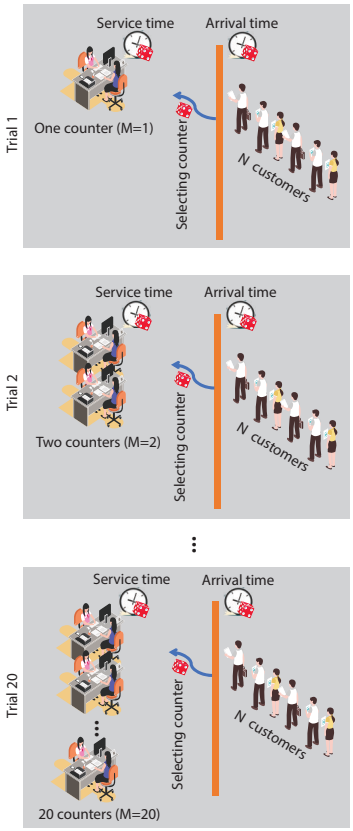
ปัญหาธุรกิจ ในท่าอากาศยานแห่งหนึ่ง เคาน์เตอร์บริการลงทะเบียนตั๋วโดยสารก่อนขึ้นเครื่อง เป็นจุดหนึ่งที่คอยให้บริการผู้โดยสารจำนวนมาก การเปิดเคาน์เตอร์จำนวนมากจะช่วยลดจำนวนผู้โดยสารที่ต้องต่อแถวคอยรอเวลารับการบริการ อย่างไรก็ตามการเปิดเคาน์เตอร์หนึ่งๆ ย่อมมีค่าใช้จ่ายในการดำเนินงานเสมอ การหาจำนวนเคาน์เตอร์ที่เหมาะสมจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยลดต้นทุนการให้บริการ ในขณะที่การให้บริการยังคงดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ

จากปัญหาข้างต้น ตัวแปรตัดสินใจ คือ จำนวนเคาน์เตอร์สำหรับลงทะเบียนตั๋วโดยสารก่อนขึ้นเครื่อง นั่นเอง

สำหรับระบบเคาน์เตอร์บริการลงทะเบียนตั๋วโดยสารก่อนขึ้นเครื่องที่สนใจ มีสมมติฐาน ดังนี้

1. ภายในท่าอากาศยานมีพื้นที่สามารถติดตั้งเคาน์เตอร์บริการได้จำนวนไม่เกิน 20 เคาน์เตอร์
2. การเปิดเคาน์เตอร์บริการ 1 เคาน์เตอร์ มีต้นทุน 20 เหรียญดอลล่าร์สหรัฐ
3. หากผู้เข้ารับบริการ 1 คนใช้เวลาในการรอรับบริการเกินกว่า 10 นาที ผู้ให้บริการจะต้องจ่ายค่าปรับให้แก่ผู้รับบริการคนนั้น ด้วยจำนวนเงิน 1 เหรียญดอลล่าร์สหรัฐ
4. เวลาการเข้ามาถึงแถวคอยรอรับบริการของผู้รับบริการแต่ละคน เป็นไปอย่างสุ่ม ภายใต้การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)
5. เวลาการในการบริการของผู้รับบริการแต่ละคน เป็นไปอย่างสุ่ม ภายใต้การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)
6. หากมีเคาน์เตอร์พร้อมให้บริการมากกว่า 1 เคาน์เตอร์ ผู้รับบริการเลือกเคาน์เตอร์บริการเคาน์เตอร์ใดเคาน์เตอร์หนึ่งอย่างสุ่ม ภายใต้การแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution)

ในปัญหานี้ เป้าหมาย คือ การหาจำนวนเคาน์เตอร์ที่เหมาะสม ที่ใช้ต้นทุนการให้บริการน้อยที่สุด ในขณะที่การให้บริการยังคงดำเนินไปอย่าง



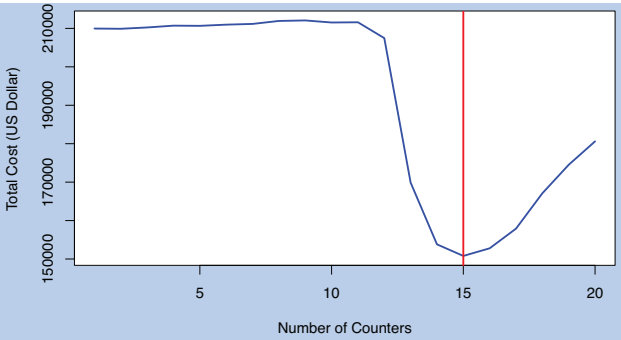
ภาพ 5.3: ตัวอย่างการจำลองแบบของแถวคอยในระบบเคาน์เตอร์บริการ โดยจำนวนเคาน์เตอร์บริการ (M) เป็นตัวแปรตัดสินใจ

มีประสิทธิภาพ ดังนั้น ตัวบ่งชี้ระบบจึงสามารถนิยามได้ในรูปต้นทุนของการเปิดเคาน์เตอร์บริการ และบทลงโทษจากผู้ใช้บริการเมื่อมีการรอคอย (จากสมมติฐานของระบบข้อ 2 และ 3) ดังนี้

$$Total\ Cost = \sum_{i=1}^{M} 20 + \sum_{j=1}^{N} (t_j^{wait} > 10)$$

เมื่อ t_j^{wait} คือ เวลารอเข้ารับบริการของผู้รับบริการคนที่ j การดำเนินการ $a > b$ ให้ค่าเท่ากับ 1 ถ้า $a > b$ และให้ค่าเท่ากับ 0 ถ้า $a \leq b$ โดยในระบบนี้มีจำนวนเคาน์เตอร์บริการ M เคาน์เตอร์ และผู้รับบริการ N คน

เมื่อกำหนดองค์ประกอบของการจำลองแบบแล้ว ต่อมาเราจะทำการทดลองทั้งหมด 20 การทดลอง โดยแต่ละการทดลองมีการกำหนดจำนวนเคาน์เตอร์แตกต่างกันตั้งแต่ 1 ถึง 20 เคาน์เตอร์ (ตามสมมติฐานของระบบข้อ 1) ในแต่ละการทดลอง การจำลองแบบจะเริ่มต้นด้วยการสุ่มเวลาในการมาถึงแถวคอยรอเข้ารับบริการของผู้ใช้บริการจำนวน N คน ภายใต้การแจกแจงแกมมา (ตามสมมติฐานของระบบข้อ 4) ผู้เข้ารับบริการแต่ละคนจะถูกจำลองให้เข้าแถวคอยให้บริการตามเวลาที่มาถึง หากมีเคาน์เตอร์พร้อมให้บริการ ผู้เข้ารับบริการลำดับแรกในแถวคอยจะถูกนำออกจากแถวคอยไปยังเคาน์เตอร์ โดยการสุ่มเลือกเคาน์เตอร์ให้บริการ ภายใต้การกระจายเอกรูป (ตามสมมติฐานของระบบข้อ 6) แต่หากยังไม่มีเคาน์เตอร์พร้อมให้บริการ ผู้เข้ารับบริการจะต้องรอในแถวคอย และเวลาในการรอคอยการรับบริการ t_j^{wait} จะถูกนับ เมื่อผู้เข้ารับบริการเข้ามาสู่เคาน์เตอร์ สถานะของเคาน์เตอร์จะถูกกำหนดสถานะเป็นกำลังให้บริการ เวลาในการรับบริการของผู้เข้ารับบริการคนนั้นจะถูกสุ่มภายใต้การแจกแจงแกมมา (ตามสมมติฐานของระบบข้อ 5) เมื่อได้รับบริการเรียบร้อยแล้ว ผู้รับบริการคนนั้นจะถูกนำออกระบบ และเคาน์เตอร์จะถูกกำหนดสถานะเป็นพร้อมให้บริการ ระบบจะดำเนินการเช่นนี้จนกระทั่งผู้เข้ารับบริการทั้งหมด N คน ถูกให้บริการและออกจากระบบทั้งหมด สุดท้ายตัวบ่งชี้ *Total Cost* สำหรับการทดลองนี้จะถูกคำนวณ เมื่อทุกๆ การทดลองถูกดำเนินการทั้งหมด ค่าตัวบ่งชี้ *Total Cost* ของทุกการทดลองจะถูกนำมาพิจารณา แผนภาพด้านล่าง แสดงจำนวนเคาน์เตอร์บริการ ซึ่งแทนโครงแบบของแต่ละการทดลอง และค่าตัวบ่งชี้ *Total Cost*



จากภาพข้างต้น พบว่าเมื่อจำนวนเคาน์เตอร์บริการ เท่ากับ 15 เคาน์เตอร์ ค่าตัวบ่งชี้ซึ่งวัดต้นทุนของการเปิดเคาน์เตอร์และบทลงโทษจากผู้ใช้บริการเมื่อมีการรอคอย มีค่าต่ำที่สุด ดังนั้น ภายใต้จากการจำลองแบบนี้ จำนวนเคาน์เตอร์ที่แนะนำให้เปิดบริการจึงเท่ากับ 15 เคาน์เตอร์ [34]

จากตัวอย่างจะเห็นได้ว่า ในการจำลองแบบมีการใช้ตัวสร้างเลขสุ่มเทียม (Pseudo Random Number Generator) เพื่อสร้างค่าของตัวแปรสุ่มต่างๆ ในระบบ ภายใต้ลักษณะการกระจายรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งสำหรับตัวแปรสุ่มแต่ละตัวแปร สิ่งที่สำคัญประการหนึ่งที่ทำให้ระบบจำลองแบบมีความใกล้เคียงโลกความเป็นจริงมากที่สุด คือ การกำหนดรูปแบบการสุ่มค่าตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะใกล้เคียงกับความเป็นจริง ความรู้เฉพาะด้านในปัญหาธุรกิจจะสามารถช่วยเลือกลักษณะการกระจายของตัวแปรสุ่มได้ตรงกับทฤษฎีหรือองค์ความรู้ในสาขา และจะทำให้ระบบจำลองแบบที่สร้างขึ้น เป็นที่ยอมรับจากเจ้าของปัญหาธุรกิจ อย่างไรก็ตามหากไม่สามารถกำหนดลักษณะการกระจายของตัวแปรสุ่มได้โดยอาศัยความรู้เฉพาะด้านในปัญหาธุรกิจได้ ข้อมูลอดีตของตัวแปรเหล่านั้นจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง การวิเคราะห์เชิงพรรณาด้วยความรู้ทางสถิติ จะสามารถกำหนดลักษณะการกระจายที่เหมาะสมสำหรับตัวแปรสุ่มได้โดยนำข้อมูลอดีตมาวิเคราะห์

[34] Preetika Srivastava (n.d.). ***Every Data Scientist needs to read these Simulation stories***. Accessed on 15 September 2019. url: https://towardsdatascience.com/every-data-scientist-needs-to-read-these-simulation-stories-7be0531e782f

การจำลองมอนติคาร์โล

ภาพ 5.4: สตานิสลอว์ อุลาม (Stanislaw Ulam: ค.ศ.1909-1984) นักคณิตศาสตร์และนักฟิสิกส์นิวเคลียร์ชาวอเมริกันเชื้อสายโปแลนด์ ผู้พัฒนาวิธีมอนติคาร์โล (ที่มา: https://en.wikipedia.org/wiki/Stanislaw_Ulam)

ภาพ 5.5: บ่อนคาสิโนมอนติคาร์โล เมืองมอนติคาร์โล ประเทศโมนาโก เมืองที่มีชื่อเสียงเรื่องคาสิโนมากที่สุดในโลกเมืองหนึ่ง ในการพนันมีการสุ่มเกิดขึ้นมากมาย จึงเป็นที่มาของการนำชื่อเมืองนี้มาตั้งเป็นชื่อวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งอาศัยการสุ่มมาใช้ในการแก้ปัญหา (ที่มา: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo)

การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เป็นการสุ่มตัวอย่างซ้ำๆ กัน เพื่อสร้างข้อมูลสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะการกระจายแบบเดียวกับข้อมูลในโลกความเป็นจริง แล้วทำการวิเคราะห์เพื่อหาความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ที่สนใจ มักถูกนำมาใช้ในจำลองแบบ สำหรับการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขที่มีความไม่แน่นอนเข้ามาเกี่ยวข้อง การนำวิธีการจำลองมอนติคาร์โลมีความหลากหลายมาก ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ถูกนำไปประยุกต์ใช้ อย่างไรก็ตามมักมีแนวทางทั่วไป ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดข้อมูลเข้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของระบบ และขอบเขตของข้อมูลเข้า รวมไปถึงลักษณะการกระจายของค่าข้อมูลเข้า

ขั้นตอนที่ 2 สร้างข้อมูลเข้าจากการสุ่มภายใต้ลักษณะการกระจายของข้อมูลเข้าที่กำหนด โดยใช้ตัวสร้างเลขสุ่มเทียม มักทำการสร้างข้อมูลเข้าจำนวนมาก เพื่อให้ผลลัพธ์สุดท้ายใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด

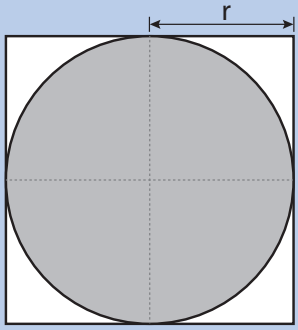
ขั้นตอนที่ 3 ทำการคำนวณค่าที่สนใจจากข้อมูลเข้าที่สร้างขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 รวบรวมผลลัพธ์จากการคำนวณ

ก่อนจะได้นำเสนอตัวอย่างการจำลองมอนติคาร์โล ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข เพื่อให้เข้าใจถึงขั้นตอนของวิธีมอนติคาร์โล จะขอยกตัวอย่างอย่างง่ายที่นำวิธีมอนติคาร์โล มาใช้ในการประมาณหาค่าพาย (Pi: π) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.11

พาย (Pi:π) เป็นค่าคงตัวทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากความยาวเส้นรอบวงหารด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม มีค่าโดยประมาณ เท่ากับ 3.14159... พิจารณาภาพ ต่อไปนี้



เราทราบว่าพื้นที่วงกลมมีค่าเท่ากับ πr^2 เมื่อ r คือ รัศมีของวงกลม และพื้นที่ของสี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลมมีค่าเท่ากับ $(2r)^2 = 4r^2$ เมื่อพิจารณาสัดส่วน

พื้นที่วงกลมต่อพื้นที่ของสี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลม จะมีค่าเท่ากับ $\frac{\pi}{4}$ ดังนั้นเราจึงสามารถสร้างสมการสำหรับประมาณค่าพาย ได้ดังนี้

$$\pi \approx 4 \times \left(\frac{CA}{RA} \right)$$

เมื่อ CA คือ พื้นที่วงกลม และ RA คือ พื้นที่สี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลม หากทำการสุ่มวางจุดลงภายในสี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลม แล้วทำการนับจำนวนจุดที่ตกเฉพาะในพื้นที่วงกลม และจำนวนจุดทั้งหมด เราจะสามารถหาสัดส่วนพื้นที่วงกลมต่อพื้นที่ของสี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลม ได้โดย นำจำนวนจุดที่ตกเฉพาะในพื้นที่วงกลมหารด้วยจำนวนจุดทั้งหมด ดังนั้น เราจะได้สมการสำหรับประมาณค่าพายใหม่ ดังนี้

$$\pi \approx 4 \times \left(\frac{\text{Number of points in the circle}}{\text{Total number of points}} \right)$$

จะเห็นได้ว่า ขณะนี้ปัญหาการประมาณค่าพายมีการสุ่มเข้ามาเกี่ยวข้อง นั่นคือ การสุ่มวางจุดลงในพื้นที่สี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลม เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ กำหนดให้ วงกลมที่พิจารณามีรัศมีขนาด 1 หน่วย ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (0,0) เราสามารถนำวิธีมอนติคาร์โลมาใช้ในการประมาณหาค่าพายได้ ดังนี้

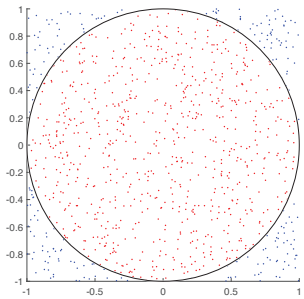
ขั้นตอนที่ 1 กำหนดข้อมูลเข้า และขอบเขตของข้อมูลเข้า ในระบบนี้มีข้อมูลเข้า นั่นคือ จุด ที่เกิดจากการสุ่มซึ่งสามารถแทนได้ด้วยพิกัด (x, y) บนระนาบ จากข้อกำหนดข้างต้น ค่าพิกัด x และ y จะต้องมีค่าอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 โดยทำการสุ่มค่าภายใต้การแจกแจงแบบเอกรูป

ขั้นตอนที่ 2 ทำการสุ่มค่าคู่พิกัด (x, y) ตามข้อกำหนดในขั้นตอนที่ 1 จำนวน 150,000 จุด (จำนวนจุดที่สุ่มยิ่งมาก จะทำให้ค่าพายที่ประมาณได้มีค่าเข้าใกล้ความเป็นจริงมากขึ้น)

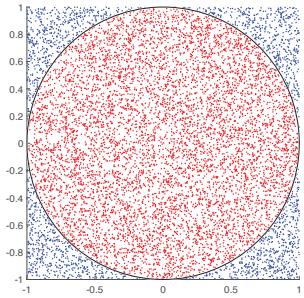
ขั้นตอนที่ 3 ทำการนับจำนวนจุดที่ตกเฉพาะในพื้นที่วงกลม ในการทดลองนี้ได้เท่ากับ 117,842 จุด

ขั้นตอนที่ 4 ทำการคำนวณค่าพายจากจำนวนจุดที่นับได้

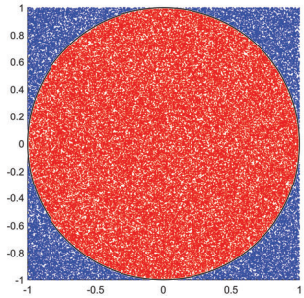
$$\begin{aligned} \pi &\approx 4 \times \left(\frac{\text{Number of points in the circle}}{\text{Total number of points}} \right) \\ &\approx 4 \times \left(\frac{117,875}{150,000} \right) \\ &\approx 4 \times 0.7858 \\ &\approx 3.1433 \end{aligned}$$



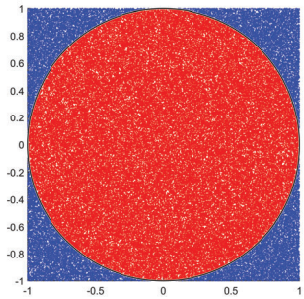
Total number of points = 1,000
Number of points in the circle = 783
Estimated value of pi = 3.1320



Total number of points = 10,000
Number of points in the circle = 7,834
Estimated value of pi = 3.1336



Total number of points = 100,000
Number of points in the circle = 78,435
Estimated value of pi = 3.1374

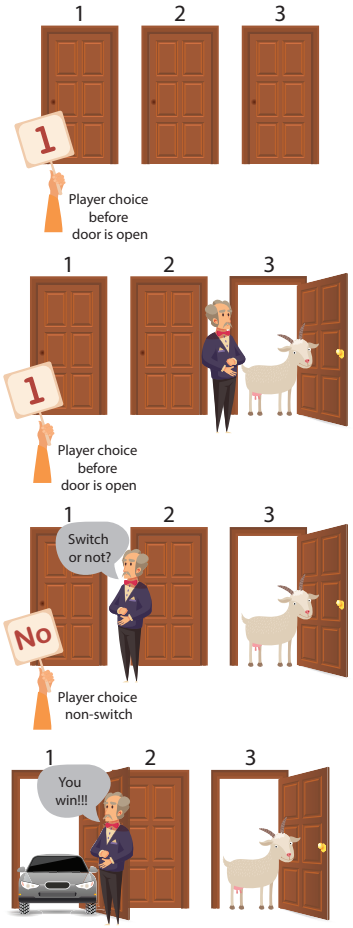


Total number of points = 150,000
Number of points in the circle = 117,875
Estimated value of pi = 3.1433

ภาพ 5.6: ตัวอย่างการประมาณค่าพายด้วยวิธีมอนติคาร์โล โดยทำการสุ่มวางจุดลงบนรูปสี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลมหนึ่งหน่วย จำนวน 1,000 10,000 100,000 และ 150,000 จุด

ดังนั้น ค่าพายที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีมอนติคาร์โล โดยการสุ่มวางจุดทั้งหมด 150,000 จุด ลงบนรูปสี่เหลี่ยมที่เข้ารูปกับวงกลมหนึ่งหน่วย มีค่าเท่ากับ 3.1433

ตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นการนำการจำลองมอนติคาร์โลมาใช้ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไข เพื่อประเมินความเสี่ยงของทางเลือกตัดสินใจ โดยการคำนวณหาความน่าจะเป็นของผลลัพธ์แต่ละแบบที่สนใจ สำหรับใช้ประกอบการตัดสินใจเลือกทางเลืองที่เหมาะสมที่สุด



ภาพ 5.7: ลำดับเหตุการณ์ของปริศนามอนตีฮอลล์

ตัวอย่าง 5.12

ปัญหาธุรกิจ ปริศนามอนตีฮอลล์ (Monty Hall Problem) เป็นปัญหาในรายการเกมโชว์อเมริกันชื่อ Let's Make a Deal มีรูปแบบการเล่น ดังนี้

1. รายการจะมีประตูสามบาน หนึ่งในด้านหลังของประตูนั้นมีรถยนต์ อีกสองบานมีแพะ
2. ในตอนแรก ผู้ร่วมรายการต้องเลือกประตูหนึ่งบาน ซึ่งถ้าโชคดีก็จะได้รถยนต์กลับบ้านไป
3. จากนั้นผู้ดำเนินรายการจะเดินมาเปิดประตูบานใดบานหนึ่งที่มีแพะอยู่ แน่นอนว่าผู้เป็นพิธีกรนั้นรู้ดีว่าประตูบานไหนมีรถยนต์ และประตูบานไหนมีแพะ ดังนั้นไม่ว่าเราเลือกประตูบานไหน เขาก็จะเดินมาเปิดประตูบานที่มีแพะได้เสมอ
4. จากนั้นพิธีกรจะถามผู้ร่วมรายการว่าจะเปลี่ยนประตูที่เลือกไว้หรือไม่?
5. สุดท้ายประตูบางที่ผู้ร่วมรายการเลือกจะถูกเปิด หากด้านหลังของประตูบานนั้นมีรถยนต์ ผู้ร่วมรายการจะได้รถยนต์เป็นของรางวัลกลับบ้านไป

ปัญหาก็คือ ในข้อ 4 ผู้ร่วมรายการควรเปลี่ยนประตูที่เลือกไว้หรือไม่ ทางเลือกใดจะมีโอกาสนำไปสู่การได้รถยนต์เป็นของรางวัลกลับบ้าน ในตัวอย่างนี้ จะแสดงวิธีการใช้การจำลองมอนติคาร์โลมาประเมินความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนประตูแล้วได้รถยนต์กลับบ้าน และการไม่เปลี่ยนประตูแล้วได้รถยนต์กลับบ้าน โดยการจำลองการเล่นเกมในจิตนาการ จำนวน 100,000 เกม แล้วประเมินความเสี่ยงของทางเลือกแต่ละทางเลือก มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดข้อมูลเข้า และขอบเขตของข้อมูลเข้า ในระบบนี้มีข้อมูลเข้า คือ

- หมายเลขประตูที่มีรถยนต์ด้านหลังซึ่งมาจากการสุ่มประตู 1 ใน 3 ประตูภายใต้การแจกแจงแบบเอกรูป

- หมายเลขประตูที่ผู้ร่วมรายการเลือกในตอนเริ่มต้น โดยสุ่มเลือกประตู 1 ใน 3 ประตูภายใต้การแจกแจงแบบเอกรูป
- ทางเลือกที่ผู้ร่วมรายการเลือก โดยสุ่มเลือกเปลี่ยนหรือ ไม่เปลี่ยนประตู ภายใต้การแจกแจงแบบเอกรูป

ขั้นตอนที่ 2 ทำการสุ่มค่าข้อมูลเข้าทั้ง 3 ตามที่กำหนดไว้ในขั้นตอนที่ 1 ทั้งหมด 100,000 ชุด โดยข้อมูลเข้า 1 ชุด แทนการเล่นเกม 1 ครั้ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการนับจำนวนเกมที่ผู้ร่วมรายการเลือกเปลี่ยนประตูแล้ว ประตูที่เลือกมีรถยนต์อยู่ด้านหลัง และจำนวนเกมที่ผู้ร่วมรายการเลือกไม่เปลี่ยนประตูแล้วประตูที่เลือกมีรถยนต์อยู่ด้านหลัง ในการทดลองนี้พบว่า

- จำนวนเกมที่ผู้ร่วมรายการเลือกเปลี่ยนประตูแล้วประตูที่เลือกมีรถยนต์อยู่ด้านหลัง เท่ากับ 66,610 เกม
- จำนวนเกมที่ผู้ร่วมรายการเลือกไม่เปลี่ยนประตูแล้วประตูที่เลือกมีรถยนต์อยู่ด้านหลัง เท่ากับ 33,390 เกม

ขั้นตอนที่ 4 ทำการคำนวณความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนประตูแล้วได้รถยนต์กลับบ้าน $P(switch|success)$ และความน่าจะเป็นของการไม่เปลี่ยนประตูแล้วได้รถยนต์กลับบ้าน $P(non-switch|success)$ ดังนี้

$$P(switch|success) = \frac{66,610}{100,000} = 0.6661$$

$$P(non-switch|success) = \frac{33,390}{100,000} = 0.3339$$

จากการทดลอง พบว่า ความน่าจะเป็นของการเลือกเปลี่ยนประตูแล้วได้รถยนต์เป็นของรางวัลกลับบ้าน ซึ่งเท่ากับ 0.6661 มีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการเลือกไม่เปลี่ยนประตูแล้วได้รถยนต์เป็นของรางวัลกลับบ้าน ซึ่งเท่ากับ 0.3339 ดังนั้น ทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดของผู้ร่วมรายการจึงเป็นการเลือกเปลี่ยนประตู เมื่อผู้ดำเนินรายการถามว่าจะเปลี่ยนประตูที่เลือกไว้หรือไม่?

ตัวอย่าง 5.13

ปัญหาธุรกิจ ค่าตอบแทนการขาย (Commission) สำหรับตัวแทนจำหน่ายเป็นสิ่งหนึ่งในแผนค่าใช้จ่ายที่บริษัทต้องพิจารณากำหนดล่วงหน้า บริษัทควรจัดสรรงบประมาณสำหรับค่าตอบแทนการขายของตัวแทนจำหน่ายนี้จำนวนเงินเท่าใด จึงเป็นปัญหาสำคัญ หากบริษัทจัดสรรไว้น้อยกว่าความเป็นจริง บริษัทย่อมจะไม่สามารถจ่ายค่าตอบแทนการขายให้ตัวแทนจำหน่ายได้ครบ แต่หากบริษัทจัดสรรไว้เกินกว่าความเป็นจริง เงินส่วนที่เกินมานั้นย่อยไม่ได้ถูกนำไปใช้สำหรับลงทุนในด้านอื่นๆ อันเป็นการเสีย

โอกาสทางธุรกิจ ดังนั้น การวางแผนจัดสรรค่าตอบแทนการขายในระดับที่เหมาะสมจึงเป็นสิ่งสำคัญ ค่าตอบแทนการขายสำหรับตัวแทนจำหน่ายของบริษัทแห่งหนึ่ง สามารถคำนวณได้ โดยการนำมูลค่ายอดขายจริง (Actual Sales) คูณอัตราค่าตอบแทนการขาย (Commission Rate) เขียนในรูปสมการ ได้ดังนี้

$$Commission = Actual\ Sales \times Commission\ Rate$$

โดย อัตรา ค่า ตอบแทน การ ขาย ขึ้น อยู่ กับ ร้อย ละ ของ ความ สำเร็จ ตาม เป้าหมาย (Percent to Plan) ซึ่งเป็นสัดส่วนของมูลค่ายอดขายจริงต่อมูลค่ายอดขายเป้าหมาย (Sales Target) ในหน่วยเปอร์เซ็นต์ คำนวณโดย

$$Percent\ to\ Plan\ (\%) = \frac{Actual\ Sales}{Sales\ Target} \times 100$$

อัตราค่าตอบแทนการขาย เป็นอัตราแบบขั้นบันได ดังนี้

$$Commission\ Rate = \begin{cases} 0.02 & 0\% \le Percent\ to\ Plan \le 90\% \\ 0.03 & 91\% \le Percent\ to\ Plan \le 99\% \\ 0.04 & Percent\ to\ Plan \ge 100\% \end{cases}$$

จากการวิเคราะห์ข้อมูลอดีตได้ข้อสรุปเกี่ยวกับตัวแทนจำหน่าย ดังนี้

1. บริษัทแห่งนี้มีตัวแทนจำหน่ายทั้งหมด 500 ราย
2. จาก ข้อมูล อดีต ตัวแทน จำหน่าย มัก เสนอ ยอด ขาย เป้า หมาย เป็น มูลค่า 75,000 100,000 200,000 300,000 400,000 และ 500,000 เหรียญดอลล่าร์สหรัฐ โดยมีความน่าจะเป็นของการเลือกมูลค่ายอดขายเป้าหมายแต่ละมูลค่าด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.3 0.3 0.2 0.1 0.05 และ 0.05 ตามลำดับ
3. ร้อย ละ ของ ความ สำเร็จ ตาม เป้า หมาย ของ ตัวแทน จำหน่าย แต่ละ ราย เป็น แบบ สุ่ม ภาย ใต้ การ แจกแจง ปรกติ ที่ มี ค่า เฉลี่ย เท่ากับ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1

บริษัท แห่ง นี้ ต้องการ ทราบ ว่า ควร จัดสรร ค่า ตอบแทน การ ขาย ใน ปี ต่อ ไป มูลค่า เท่าใด จึง จะ เหมาะ สม ใน ตัวอย่าง นี้ จะ แสดง วิธี การ ใช้ การจำลองมอนติคาร์โลในการประเมินแนวโน้มค่าใช้จ่ายสำหรับเป็นค่าตอบแทนการขาย มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนด ข้อมูล เข้า และ ขอบเขต ข้อมูล เข้า ใน ระบบ นี้ มี

ข้อมูลเข้า คือ

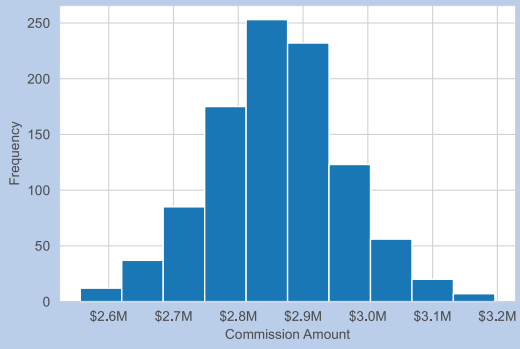
- มูลค่ายอดขายเป้าหมายของตัวแทนจำหน่าย จำนวน 500 ราย โดยมูลค่ายอดขายเป้าหมายของตัวแทนจำหน่ายแต่ละรายเป็นค่าหนึ่งในเซต {75000, 100000, 200000, 300000, 400000, 500000} ซึ่งเลือกโดยการสุ่มด้วยความน่าจะเป็นของแต่ละค่าเท่ากับ 0.3 0.3 0.2 0.1 0.05 และ 0.05 ตามลำดับ
- ร้อยละของความสำเร็จตามเป้าหมายของตัวแทนจำหน่ายแต่ละราย โดยสุ่มเลือกภายใต้การแจกแจงปรกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1

ขั้นตอนที่ 2 ทำการสร้างข้อมูลเข้าตามที่กำหนดไว้ในขั้นตอนที่ 1 จำนวนทั้งหมด 1,000 ชุดการจำลอง

ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละการจำลองทำการคำนวณค่าตอบแทนการขายที่ตัวแทนจำหน่ายแต่ละรายจะต้องได้รับและผลรวมค่าตอบแทนการขายทั้งหมด

ขั้นตอนที่ 4 ทำการหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าน้อยสุด ค่ามากสุด เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 50 และ 75 ของผลรวมค่าตอบแทนการขาย จากการจำลองทั้งหมด 1,000 การจำลอง พร้อมแสดงฮิสโทแกรมของผลรวมค่าตอบแทนการขายทั้งหมด ได้ผลลัพธ์ดังนี้

ค่าเฉลี่ย	2,860,711.37
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	103,536.79
ค่าน้อยสุด	2,556,188.00
ค่ามากสุด	3,196,102.00
เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25	2,794,646.75
เปอร์เซ็นไทล์ที่ 50	2,860,400.00
เปอร์เซ็นไทล์ที่ 75	2,925,381.75



จากผลลัพธ์การจำลองมอนติคาร์โล พบว่า ค่าเฉลี่ยของรายจ่ายค่าตอบแทนการขาย เท่ากับ 2.86 ล้านเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.04 แสนเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ ค่าใช้จ่าย

สำหรับค่าตอบแทนการขายน้อยที่สุดอยู่ที่ 2.56 ล้านเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ และมากที่สุดอยู่ที่ 3.20 ล้านเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ จากผลการทดลอง บริษัทควรจะวางแผนงบประมาณสำหรับค่าตอบแทนการขายไว้เกินกว่า 2.86 ล้านเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ แต่ไม่เกิน 3.20 ล้านเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ สามารถอยู่ที่ประมาณ 2.93 ล้านเหรียญดอลล่าร์สหรัฐ (เปอร์เซ็นไทล์ที่ 75) [35]

[35] Chris Moffitt (n.d.). ***Monte Carlo Simulation with Python***. Accessed on 10 November 2020. url: https://pbpython.com/monte-carlo.html

5.4 เอกสารอ้างอิงและแหล่งศึกษาเพิ่มเติม

1. Katerina Lepenioti, Alexandros Bousdekis, Dimitris Apostolou, and Gregoris Mentzas (2020). "Prescriptive analytics: Literature review and research challenges." In: ***International Journal of Information Management*** 50. url: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0268401218309873
2. ***Optimization Problems*** (2020). Accessed on 17 December 2020. url: https://math.libretexts.org/@go/page/4467
3. ***Optimization Problems in Economics*** (n.d.). Accessed on 10 November 2020. url: https://www.math24.net/optimization-problems-economics
4. Anindya Neogi and Nikhil Dodecha (n.d.). ***Product quality improvement in manufacturing using Machine Learning and Stochastic Optimization***. Accessed on 10 November 2020. url: https://www.itcinfotech.com/blogs/product-quality-improvement-in-manufacturing-using-machine-learning-and-stochastic-optimization/
5. Preetika Srivastava (n.d.). ***Every Data Scientist needs to read these Simulation stories***. Accessed on 15 September 2019. url: https://towardsdatascience.com/every-data-scientist-needs-to-read-these-simulation-stories-7be0531e782f
6. Chris Moffitt (n.d.). ***Monte Carlo Simulation with Python***. Accessed on 10 November 2020. url: https://pbpython.com/monte-carlo.html
7. Katerina Lepenioti, Alexandros Bousdekis, Dimitris Apostolou, and Gregoris Mentzas (2019). "Prescriptive Analytics: A Survey of Approaches and Methods." In: ***Business Information Systems Workshops***. Ed. by Witold Abramowicz and Adrian Paschke. Cham: Springer International Publishing. isbn: 978-3-030-04849-5
8. Academo (2019). ***Estimating Pi using the Monte Carlo Method***. Accessed on 2 March 2020. url: https://academo.org/demos/estimating-pi-monte-carlo/
9. Stephanie Glen (n.d.). ***Monty Hall Problem: Solution Explained Simply***. Accessed on 2 March 2020. url: https://www.statisticshowto.com/probability-and-statistics/monty-hall-problem/

5.5 แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงอธิบายความแตกต่างระหว่างวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขและการวิเคราะห์เชิงพยากรณ์
2. การวิเคราะห์เชิงพรรณนา และการวิเคราะห์เชิงพยากรณ์ มีส่วนช่วยในกระบวนการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขอย่างไร จงอธิบายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. จงยกตัวอย่างปัญหาการหาค่าที่เหมาะที่สุดในชีวิตประจำวันของนักศึกษามา 1 ตัวอย่าง พร้อมอธิบายวิธีการที่นักศึกษาใช้แก้ไขปัญหา นักศึกษาสามารถใช้การวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขในการแก้ปัญญาที่ยกตัวอย่างได้อย่างไร จงอธิบายแนวทางโดยสังเขป
4. จงวิเคราะห์ปัญหาธุรกิจต่อไปนี้ ซึ่งสามารถใช้การหาค่าเหมาะที่สุดในการแก้ปัญหาได้ โดยระบุตัวแปรตัดสินใจ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และข้อจำกัด

a) ในการออกเดินเรือ 1 ครั้งของบริษัทขนส่งทางน้ำแห่งหนึ่ง มีค่าต้นทุน 2 ส่วนประกอบด้วย ค่าต้นทุนคงที่ p บาท และค่าเชื้อเพลิง q บาท ซึ่งเป็นสัดส่วนของค่าความเร็วยกกำลังสาม นั่นคือ $q = kv^3$ เมื่อ k คือ ค่าสัดส่วน และ v คือ ความเร็วที่เรือแล่น (หน่วย: ไมล์ต่อชั่วโมง) เรือขนส่งนี้สามารถแล่นด้วยความเร็วสูงสุด 70 ไมล์ต่อชั่วโมง บริษัทต้องการทราบว่าค่าต้นทุนรวมต่ำสุดต่อการเดินเรือระยะทาง 1 ไมล์เท่ากับเท่าใด

b) ร้านเช่ารถยนต์แห่งหนึ่งกำหนดค่าเช่ารถหนึ่งคันในราคา p บาทต่อวัน โดยที่ราคาค่าเช่ารถต้องไม่ต่ำกว่า 500 บาทและไม่เกินกว่า 2,000 บาทต่อวัน จากการศึกษาพบว่า จำนวนรถยนต์ที่ถูกเช่าในแต่ละวันมีความสัมพันธ์กับราคาค่าเช่ารถในรูปแบบฟังก์ชันเส้นตรง $n = f(p) = 1000 - 5p$ เมื่อ n คือ จำนวนรถยนต์ที่ถูกเช่า ถ้าเจ้าของร้านกำหนดราคาค่าเช่ารถคันละ 500 บาทต่อวันหรือน้อยกว่า พบว่ารถยนต์ทุกคันถูกเช่าจนหมด แต่เจ้าของร้านกำหนดราคาค่าเช่ารถคันละ 2,000 บาทต่อวันหรือมากกว่า พบว่าไม่มีรถยนต์คันใดเลยถูกเช่า เจ้าของร้านเช่ารถยนต์แห่งนี้ต้องการทราบว่าเขาจะต้องกำหนดราคาค่าเช่ารถหนึ่งคันในราคากี่บาทต่อวัน จึงจะทำให้ได้รายได้จากการเช่ารถยนต์ทั้งหมด n คันมากที่สุด

5. **ปัญหาธุรกิจ** ชาวสวนคนหนึ่งทดลองทำปุ๋ยชีวภาพแห้งสำหรับใช้ในสวนเบญจมาศของเขา โดยมีส่วนผสมหลัก คือ เศษวัสดุจากพืช แกลบ มูลสัตว์ รำอ่อน น้ำหมักชีวภาพ กากน้ำตาล และน้ำ เขาต้องการหาสัดส่วนของส่วนผสมที่เหมาะสมของเศษวัสดุจากพืช แกลบ มูลสัตว์ รำอ่อน น้ำหมักชีวภาพ กากน้ำตาล ต่อน้ำ 15 ลิตร ที่ทำให้เบญจมาศให้ผลผลิตมากที่สุดใน 1 ฤดูกาลเก็บเกี่ยว ชาวสวนได้รับคำแนะนำเบื้องต้นจากผู้เชี่ยวชาญว่าปริมาณเศษวัสดุจากพืช แกลบ และมูลสัตว์ ควรมีปริมาณไม่เกิน 15 กิโลกรัม รำอ่อน ไม่เกิน 1 กิโลกรัม และ น้ำหมักชีวภาพและกากน้ำตาล ไม่ควรเกิน 25 มิลลิลิตร
   จากปัญหาธุรกิจข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้
   a) ตัวแปรใดบ้างเป็นตัวแปรตัดสินใจของปัญหาธุรกิจข้างต้น
   b) ตัวแปรใดที่เป็นเป้าหมาย (Objective) ของปัญหาธุรกิจข้างต้น
   c) จงระบุข้อจำกัดของของปัญหาธุรกิจข้างต้น
   d) เนื่องจากปัญหาข้างต้น เราไม่สามารถนิยามความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้นและตัวแปรตามในรูปสมการคณิตศาสตร์ได้โดยง่าย แนวทางการวิเคราะห์ข้อมูลใดสามารถนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหานี้ได้ จงอธิบาย
6. จงอธิบายขั้นตอนของการนำการจำลองแบบมาใช้ในการวิเคราะห์เชิงวางเงื่อนไขมีอะไรบ้าง พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
7. **ปัญหาธุรกิจ** ตำรวจจราจรต้องการกำหนดระยะเวลาของไฟสัญญาณจราจรของสี่แยกหนึ่ง โดยสี่แยกนั่นมีไฟสัญญาณจราจรทั้งหมด 4 ด้าน และมีการปล่อยรถจากสี่แยกโดย ณ ขณะหนึ่งมีเพียงรถในด้านหนึ่งในหนึ่งเท่านั้นของสี่แยกจะถูกปล่อยให้ผ่านแยกไปได้ นั่นคือ ไฟสัญญาณสีเขียวของแต่ละแยกจะปรากฏขึ้นไม่พร้อมกัน และลำดับของการเกิดไฟสัญญาณสีเขียนมีลักษณะทวนเข็มนาฬิกา ไฟสัญญาณสีเหลืองจะเกิดขึ้นหลังไฟสัญญาณสีเขียวเป็นระยะเวลา 5 นาที หลังจากนั้น ไฟสัญญาณสีแดงก็ปรากฏขึ้น ตำรวจจราจรคนนี้ต้องการทราบว่าจะต้องกำหนดระยะเวลาของไฟสัญญาณสีเขียวของแต่ละด้านให้เหมาะสมอย่างไร จึงจะทำให้ปริมาณรถสะสมในสี่แยกนี้มีน้อยที่สุด โดยทราบว่าเวลาที่รถมาถึงสี่แยกเป็นไปอย่างสุ่มภายใต้ลักษณะการแจกแจงแบบแกมมา
   จากปัญหาธุรกิจข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้
   a) จงระบตัวแปรที่อยู่ภายในระบบไฟสัญญาณจราจรของสี่แยกนี้ หากตัวแปรใดเป็นตัวแปรสุ่มให้ระบุลักษณะการแจกแจงของค่าตัวแปรนั้น และหากตัวแปรใดไม่เป็นตัวแปรสุ่มให้ระบุวิธีการทราบค่าของตัวแปร
   b) จงระบุตัวแปรตัดสินใจของระบบไฟสัญญาณจราจรนี้
   c) จงระบุตัวบ่งชี้ของระบบ

d) จงระบุเป้าหมายใดของปัญหาธุรกิจข้างต้น

e) จงอธิบายแนวทางการทดลองด้วยการจำลองแบบระบบไฟสัญญาณจราจรของสี่แยกนี้ เพื่อให้ได้ค่าตัวแปรตัดสินใจที่เหมาะที่สุด

8. **ปัญหาธุรกิจ** ผู้จัดการฝ่ายการตลาดของบริษัทแห่งหนึ่งกำลังวางแผนในการนำเสนอสินค้าใหม่ เขาจำเป็นต้องประมาณกำไรสุทธิ (Net Profit) ในปีแรกหลักจากสินค้านี้ออกสู่ตลาด ซึ่งขึ้นอยู่กับ ปริมาณการขาย (Sales volume) ราคาขายต่อหน่วย (Price per Unit) ต้นทุนต่อหน่วย (Unit Cost) และต้นทุนคงที่ (Fixed costs) โดยกำไรสุทธิสามารถคำนวณได้โดย $Net\ Profit = Sales\ Volume \times (Selling\ Price - Unit\ Cost) - Fixed\ Costs$ เขาทราบว่าต้นทุนคงที่มีมูลค่า 4,000,000 บาท อย่างไรก็ตาม ปริมาณการขาย ราคาขายต่อหน่วย และต้นทุนต่อหน่วย มีค่าไม่แน่นอน ผู้จัดการฝ่ายการตลาดต้องการนำการจำลองมอนติคาร์โลมาใช้ในการประมาณกำไรสุทธิ จงแนะนำขั้นตอนการจำลองมอนติคาร์โลมาสำหรับแก้ปัญหาปัญหาธุรกิจนี้ในแก่ผู้จัดการฝ่ายการตลาด