System of Linear Equations

20110 คณิตศาสตร์บูรณาการ

ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

System of Linear Equations

จงแก้ระบบสมการ (Ex 3.)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 4 \\ -x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 4x_5 &= 8 \end{aligned}$$

เราสามารถแสดงเป็นการคูณของเมทริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

System of Linear Equations

เราสามารถแสดงเป็นการคูณของเมทริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

A.x = b

System of Linear Equations

เราสามารถแสดงเป็นการคูณของเมทริกซ์ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

A.x = b

A.x – b = 0

Solving System of Linear Equations

// Solving System of Linear Equations
// A.x – b = 0

--> A = [1 1 1 -1 0; 0 -1 1 -1 1; 1 -1 1 0 -4]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

--> b = [4; -1; 8]

$$b = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

--> [x, kerA] = linsolve(A, -b);

ผลเฉลย (Ex 3.) (*infinitely many solutions*)

$x_1 = -x_4 + 5x_5 + 9$
$x_2 = 0.5x_4 - 2x_5 - 2$
$x_3 = 1.5x_4 - 3x_5 - 3$
x_4 = arbitrary
x_5 = arbitrary

--> x

--> x(4)

--> x(5)

--> s1 = -x(4)+5*x(5)+9

--> s2 = 0.5*x(4)-2*x(5)-2

--> s3 = 1.5*x(4)-3*x(5)-3

Exercise

จงแก้ระบบสมการ (Ex 2.)

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 + x_6 + 7x_7 &= 45 \\
x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 - 11x_6 &= -11 \\
x_1 - x_2 + x_3 + 14x_5 + x_6 + x_7 &= 78 \\
x_1 + x_2 + x_4 + 7x_5 + x_6 - x_7 &= 29 \\
-3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= -44 \\
x_1 + x_2 - 8x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 &= 0 \\
x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 45
\end{aligned}$$

ผลเฉลย Ex 2. (*unique solution*)

$x_1 \approx 41.7767$
$x_2 \approx 9.4447$
$x_3 \approx 5.3079$
$x_4 \approx -25.3545$
$x_5 \approx 1.8280$
$x_6 \approx 2.5526$
$x_7 \approx 12.2155$

Homework Lab05

จงแก้ระบบสมการ (Ex 1.)

x1 − 4x2 + x3 + x4 − 7x5 + x7 + x8 + x9	= 57
12x1 + x2 + x3 − 9x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9	= −11
x1 + 45x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8	= −19
3x1 + x2 + x3 + x4 − x5 + 7x6 + x7 + x8 + x9	= 6
x1 + x2 + x4 + x5 + 11x6 + 6x7 + 15x8 + x9	= 7
x1 + x3 + x4 + x6 + x7 + x8 + 16x9	= 5
x1 + x2 − 8x3 + x4 + x5 + x7 − 47x8 + 4x9	= −64
x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + 12x6 + x7 + x8 + x9	= 32
x1 − 7x2 + x4 − x5 + x6 + x7 + x8 + x9	= 11
x1 + x2 + 4x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x9	= 19
x1 + x2 − 6x3 + x4 + x5 − 6x6 + x7 + 4x8	= 21

Polynomial Curve Fitting

20110 คณิตศาสตร์บูรณาการ

ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

การปรับเส้นโค้งที่เหมาะสมด้วยพหุนาม (Polynomial Curve Fitting)

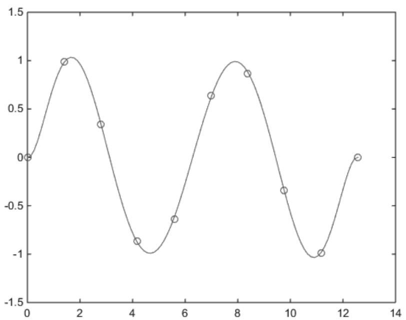
สมมุติว่ามีการเก็บข้อมูลซึ่งเขียนแทนด้วยจุด n จุดในระนาบ xy คือ

$$(x_1,y_1), (x_2,y_2), \ldots, (x_n,y_n)$$

เราจะหาฟังก์ชันพหุนาม

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{n-1}x^{n-1}$$

ที่มีดีกรี n-1 และมีกราฟเส้นโค้งผ่านจุดที่กำหนด เราเรียกกระบวนการนี้ว่า <u>การปรับเส้นโค้งที่เหมาะสมด้วยพหุนาม</u>



การปรับเส้นโค้งที่เหมาะสมด้วยพหุนามโดยระบบสมการเชิงเส้น

เราสามารถหาฟังก์ชันพหุนาม

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{n-1}x^{n-1}$$

ได้โดยการแก้ระบบสมการเชิงเส้นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_{n-1}x_1^{n-1} &= y_1 \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_{n-1}x_2^{n-1} &= y_2 \\ \ldots &\quad \ldots \quad \ldots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_{n-1}x_n^{n-1} &= y_n \end{aligned}$$

โดยแทนค่า $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \ldots, (x_n,y_n)$ ที่มาจากการเก็บข้อมูล

ตัวอย่าง

จงหาฟังก์ชันพหุนาม

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

ที่มีกราฟผ่านจุด (1,4) , (2,0) และ (3,12)

<u>วิธีทำ</u>

กำหนดให้ $x = (x_1, x_2, x_3) = (1, 2, 3)$ และ $y = (y_1, y_2, y_3) = (4, 0, 12)$

จะได้

$$y_1 = p(x_1) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 = a_0 + a_1.1 + a_2.1^2 = 4$$
$$y_2 = p(x_2) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 = a_0 + a_1.2 + a_2.2^2 = 0$$
$$y_3 = p(x_3) = a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 = a_0 + a_1.3 + a_2.3^2 = 12$$

เพื่อให้ทราบค่าสัมประสิทธิ a_0, a_1, a_2 ของฟังก์ชันพหุนาม $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$

เราต้องแก้ระบบสมการเชิงเส้น

$$a_0 + a_1.1 + a_2.1^2 = 4$$
$$a_0 + a_1.2 + a_2.2^2 = 0$$
$$a_0 + a_1.3 + a_2.3^2 = 12$$

นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}$$

ผลเฉลย

```
--> A = [1 1 1; 1 2 4; 1 3 9;]

--> b = [4; 0; 12;]

--> [a,kerA]=linsolve(A,-b)

--> a
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}$$

ทำให้ได้ ฟังก์ชันพหุนาม

$$p(x) = 24 - 28.x + 8.x^2$$

ที่มีกราฟผ่านจุด (1,4) , (2,0) และ (3,12)