

คณิตศาสตร์บูรณาการ

- สถิติเพื่อการตัดสินใจ

การประยุกต์ความน่าจะเป็น

การประยุกต์การแจกแจงปกติ

รศ. ปรีชา ถ้ามั่ง

สถิติสำคัญอย่างไร

- สถิติเป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการจัดการข้อมูล ประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของข้อมูล
- เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการตัดสินใจ โดยใช้ความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น (Probability)

คือ ดัชนีชี้วัดความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ ซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งของการตัดสินใจ ภายใต้ความไม่แน่นอน (Uncertainly) โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญคือ

การทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่าง และเหตุการณ์



การทดลองสุ่ม	Random Experiment
ผลลัพธ์	Outcomes
แซมเปิลสเปซ	Sample space
เหตุการณ์	Event



การทดลองสุ่ม (Random Experiment)

เป็นปรากฏการณ์ใด ๆ ที่เราไม่ทราบผลการทดลอง
จนกว่าการทดลองนั้นจะสิ้นสุดลง แต่เราจะทราบถึง
ขอบเขตของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น เช่น การทดลองโยน
เหรียญ การรักษาผู้ป่วย การซื้อหวย เป็นต้น

ปริภูมิตัวอย่าง (Sample space): S

คือเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการ
ทดลองสุ่มใด ๆ เช่น การทดลองโยนเหรียญที่
เที่ยงตรงจำนวน 2 เหรียญ ดังนั้น

$$S = \{ HH, HT, TH, TT \}$$

$$n(S) =$$

เหตุการณ์ (Event) : E

คือเซตย่อยของปริภูมิตัวอย่าง หรือเป็นกลุ่มของผลลัพธ์ที่สนใจจากปริภูมิตัวอย่าง

จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์จะต้องไม่เกินจำนวนสมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง เช่น

E1 : เหตุการณ์เกิด 2H

E1 = { HH } ดังนั้น **n(E1) = 1**

E2 : เหตุการณ์เกิด 1H 1T

E2 = { HT, TH } ดังนั้น **n(E2) = 2**



Permutation การจัดลำดับ

Combination การจัดกลุ่ม

การเรียงสับเปลี่ยน เมื่อมีสิ่งของ ซ้ำกัน



ประเภทของความน่าจะเป็น

1. Classical Probability

2. Frequency Probability

3. Subjective Probability

ความน่าจะเป็นแบบ **Classical Probability**

พิจารณาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์เทียบกับ
จำนวนสมาชิกที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$\text{Prob} = n(E) / n(S)$$

ความน่าจะเป็นแบบ Frequency Probability

เป็นการกำหนดความน่าจะเป็นโดยอ้างอิงความถี่ของการเกิดผลลัพธ์ที่สนใจ โดยทำการทดลองหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งสัดส่วนของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจมีค่าคงที่ ซึ่งค่าคงที่นี้คือ **ค่าความน่าจะเป็น**

ทดลองโยนเหรียญแก่ 1 เหรียญ จำนวน 100
ครั้ง ปรากฏว่าเกิด H 52 ครั้ง

$$\text{Prob (เกิด H)} = 52 / 100$$

อายุ (ปี)	จน.ประชากร ของปีหนึ่ง	จน.ผู้เสียชีวิตในปี ต่อมา	อัตราตาย
61	90000	9000	0.10
62	75000	8250	0.11
63	70000	9100	0.13
64	60000	9000	0.15
65	50000	8000	0.16
66	42000	7560	0.18
67	3600	7200	0.20

ความน่าจะเป็นแบบ Subjective Probability

เป็นการกำหนดความน่าจะเป็นโดยอาศัย
ประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญ ยังมีข้อมูลมาก การหาความ
น่าจะเป็นจะมีความแม่นยำมากขึ้น เช่น การทำนาย
ผลตอบแทนการลงทุน หุ้น ฯลฯ

ตัวอย่าง โยนเหรียญเที่ยงตรง 3 เหรียญ จงหาความ
น่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัว 2 เหรียญ และก้อย 1
เหรียญ

Probability Distribution

การแจกแจงความน่าจะเป็น

Expected Value

ค่าคาดหวัง

ค่าคาดหมาย

ตัวอย่าง สลากกินแบ่ง หวยใต้ดิน เลขท้าย 2 ตัว

โดยขายหมายเลขละ 1 บาท

ถ้าถูกรางวัลจะได้เงิน บาท

น่าซื้อ หรือไม่

ตัวอย่าง ข้อสอบปรนัยแบบมีตัวเลือก 4 ตัวเลือก (ก ข ค ง)

มีเงื่อนไขว่า **ถ้าตอบถูก ได้ 3 คะแนน**

ถ้าตอบผิด หัก 1 คะแนน

ถ้าไม่ตอบ ได้ 0 คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบนี้ **น่าเดา หรือไม่**

การทำประกัน อัคคีภัยของรถขนส่งแก๊สรายปี โอกาสจะเกิดอัคคีภัยกับรถคันหนึ่งๆ = 0.001 ผู้ทำประกันต้องจ่ายเบี้ยประกันรายปีๆ ละ 1,000 บาท โดยถ้าเกิดอัคคีภัย บริษัทจะจ่ายค่าเสียหายให้ผู้ทำประกัน 250,000 บาท จงวิเคราะห์ค่าคาดหวังของผลตอบแทนสุทธิ ของผู้ทำประกัน

X : ผลตอบแทนสุทธิ ของผู้เอาประกัน

X	Prob X
250,000 – 1,000	0.001
-10,000	0.999

ค่าคาดหวัง (**Expected Value**)

ค่าเฉลี่ยของการเกิดขึ้นของค่าของตัวแปรที่สนใจ
ภายใต้ความน่าจะเป็นที่ตัวแปรแต่ละค่าจะมีโอกาส
เกิดขึ้น

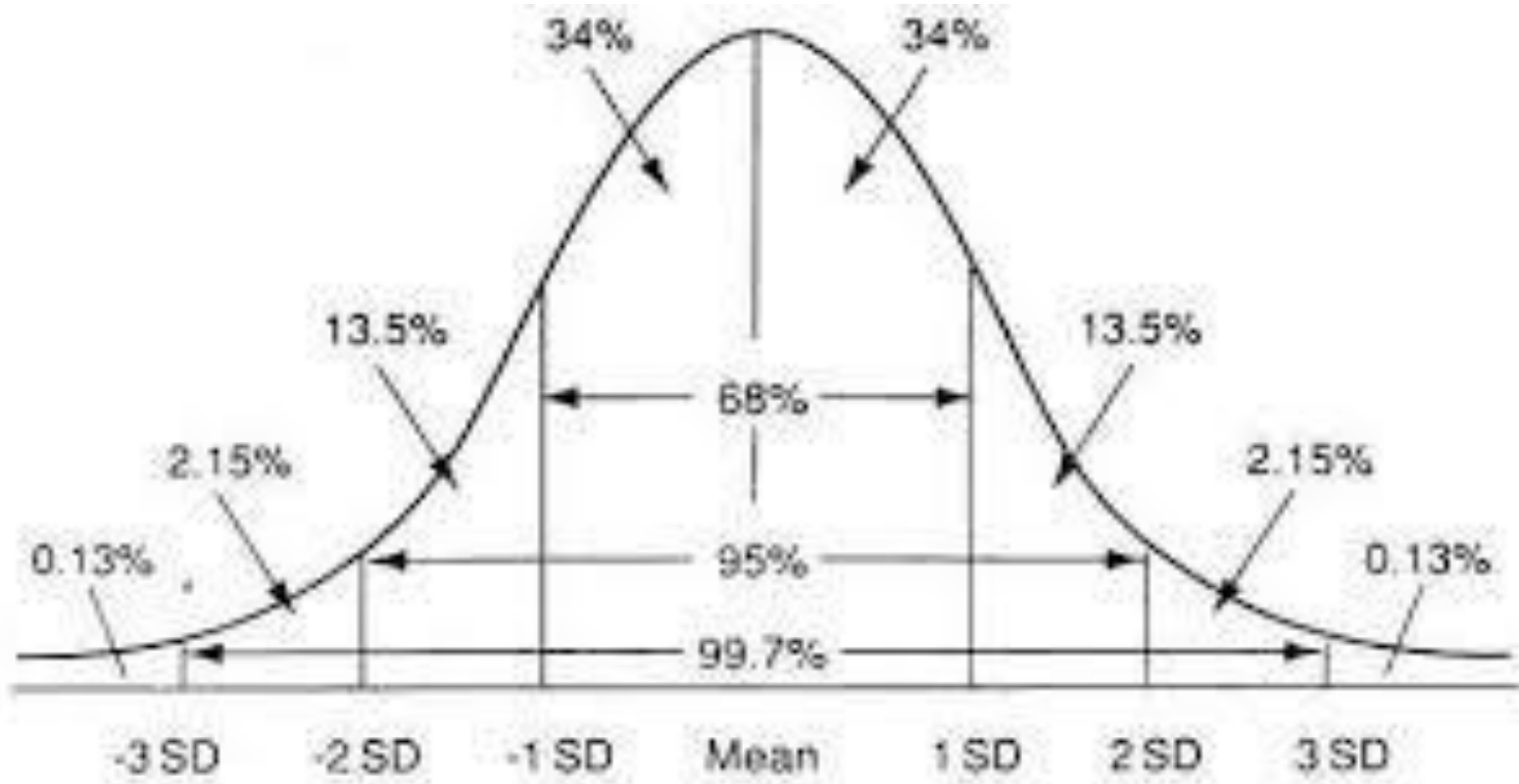
$$E(X) = \text{ผลรวมของ (} x \text{ คูณกับ } \text{Prob}(x) \text{)}$$



Application of Normal Distribution

การแจกแจงปกติ

โดยทั่วไปถ้ามีข้อมูลจำนวนมาก ถ้านำมาจัดเรียงแล้วจะพบว่า ข้อมูลที่มีค่ามากหรือน้อยจะมีจำนวนไม่มาก ส่วนข้อมูลที่มีค่าปานกลาง จะมีจำนวนมาก เมื่อนำมาพล็อตกราฟแล้วจะพบว่า จะมีลักษณะคล้ายระฆังคว่ำ



การแจกแจงปกติมาตรฐาน

(Standard normal distribution)

ถ้าให้ X แทนตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ
มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
เท่ากับ σ แล้ว เราสามารถแปลงค่า X ให้เป็นค่า Z
ซึ่งเป็นการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ตัวอย่าง 4.50 ถ้าอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ชนิดหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอายุการใช้งานเป็น 2000 และ 30 ชม. ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่อายุการใช้งานของแบตเตอรี่จะมีค่าระหว่าง 1970 และ 2030 ชม.

ตัวอย่าง 4.51 ถ้าระยะเวลาต่อสัปดาห์ที่นักศึกษาใช้

ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย 6.2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.9 เมื่อเจ้าหน้าที่ที่ควบคุมห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์จะจัดตารางการใช้ห้องของนักศึกษา 2000 คน เขาจึงต้องการประมาณจำนวนนักศึกษาที่ใช้ห้องปฏิบัติการในช่วงเวลาต่าง ๆ ดังนี้

- 1) น้อยกว่า 5.3 ชม.
- 2) ระหว่าง 5.3 และ 7.0 ชม
- 3) มากกว่า 7.0 ชม

ตัวอย่าง 4.52 การสอบครั้งหนึ่งมี นศ. เข้าสอบทั้งหมด 800 คน คะแนนสอบของ นศ. มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 คะแนน

ก. สุ่ม นศ. มา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ นศ. ที่มีคะแนนสอบ น้อยกว่า 50 คะแนน

ข. ถ้าผู้สอนกำหนดเกรด **F** เป็นผู้ที่ได้คะแนนน้อยกว่า 45 คะแนน จะมี นศ. ได้ **F** กี่คน

ค. ถ้ามี นศ. ได้เกรด **A** จำนวน 80 คน ผู้สอนตัดเกรด **A** ที่คะแนนเท่าใด

ตัวอย่าง 4.54 บริษัทผลิตเครื่องคำนวณชนิดหนึ่ง ที่มีอายุการใช้งานแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย 48 เดือน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 12 เดือน บริษัทได้รับประกันกับลูกค้าว่า ถ้าเครื่องเสียภายใน 18 เดือน บริษัทจะจ่ายเงินชดเชยให้เครื่องละ 2000 บาท ถ้าบริษัทได้จำหน่ายเครื่องนี้ไป จำนวน 1500 เครื่อง บริษัทต้องเตรียมเงินสำหรับชดเชยให้กับลูกค้าเป็นเงินเท่าใด