



# Lab 9: Recurrence Relation

ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

---

# Recurrence Relation

- หรือ difference equation
- คือ สมการที่นิยามตัวเองจากลำดับก่อนหน้านั้น
  - จะต้องมีเงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition, base case)
  - จะต้องมีนิยามความสัมพันธ์ที่มีการเรียกซ้ำ (recursion)
- หน้า 189-208

# ตัวอย่าง: Fibonacci's number

- Recurrence Relation

$$F_k = F_{k-1} + F_{k-2}$$

$$F_0 = 0, F_1 = 1$$

Recursion

Initial  
Conditions

- จาก recurrence relation, เราจะได้

$$F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$$

$$F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$$

...

$$F_{10} = F_9 + F_8 = 34 + 21 = 55$$

# การใช้ Recurrence บน Excel (1)

1. สร้าง Initial Condition
3. copy

	A
1	$y_k$
2	0
3	1
4	

$y_0$

$y_1$

2. เขียน formula ของการเรียกซ้ำ

	A
1	$y_k$
2	0
3	1
4	=A3+A2

$y_2 = y_1 + y_0$

- โดยเลื่อน mouse pointer ไปยังมุมขวาล่างของช่องที่มีสมการอยู่ mouse pointer จะเปลี่ยนเป็นรูปตัวบวก
- กดปุ่มซ้ายค้างไว้ แล้วลากลงจนถึงช่องที่ต้องการ

# ผลลัพธ์ (1)

	A
1	$y_k$
2	0
3	1
4	1
5	2
6	3
7	5
8	8
9	13
10	21

$y_0$

$y_1$

$y_2 = y_1 + y_0$

$y_8 = y_7 + y_6$

## ผลลัพธ์ (2)

- การสร้าง column ของค่า  $k$  จะทำให้ข้อมูลเข้าใจง่ายขึ้น

	A	B
1	$k$	$y_k$
2		0
3		1
4		1
5		3
6		4
7		5
8		6
9		7
10		8

## การใช้ Recurrence บน Excel (2)

- การเปลี่ยน initial condition
  - สามารถเปลี่ยนค่าได้เลย โดยที่ช่องอื่นๆที่อ้างอิงช่องนี้อยู่จะเปลี่ยนค่าตามไปด้วย
- การเปลี่ยน formula ของการเรียกซ้ำ
  - จะต้องทำการ copy ซ้ำหลังจากที่เปลี่ยนสูตรที่ช่องหนึ่งแล้ว

## การใช้ Recurrence บน Excel (3)

$$F_k = F_{k-1} + bF_{k-2}$$

- $b$  คือ อัตราการเกิด มีค่าเท่ากันในทุกลำดับ
  - เป็นค่าคงที่ (constant value)
- การเรียกใช้ค่าคงที่
  - ใช้การอ้างอิงแบบสัมบูรณ์ (absolute reference) (\$)
  - ถ้า  $b$  อยู่ที่ช่อง D2 → ใช้ \$D\$2

	A	B	C	D
1	k	$y_k$		
2		0		0.5
3		1		
4		1	$=B3 + \$D$2 * B2$	



# การตรวจสอบ Closed Form

- สร้าง column สำหรับค่า  $k$
- สร้าง column ของ recurrence relation
- เขียน formula ของ closed form โดยใช้ค่า  $k$  ที่นิยามไว้ แล้ว copy ให้ครบช่องตามที่ต้องการ

	A	B	C	D	E
1	k	$y_k$	$y_k$ -closed		
2		0	2	2	
3		1	7	7	
4		2	17	<code>=-3 + 5*POWER(2,A4)</code>	
5		3	37	37	
6		4	77	77	
7		5	157	157	
8		6	317	317	
9		7	637	637	
10		8	1277	1277	
11		9	2557	2557	
12		10	5117	5117	

Recurrence:

$$y_{k+1} = 2y_k + 3$$

Closed Form:

$$y_{k+1} = -3 + 5 \times 2^k$$

# Recurrence บน SciLab

- สามารถให้ function เรียกหาตัวเองได้

```
1 function [f] = fibo(k)
2   ... if (k<=0) then
3   ...     f = 0;
4   ... elseif (k==1) then
5   ...     f = 1;
6   ... else
7   ...     f = fibo(k-1)+fibo(k-2);
8   ... end
9 endfunction
10
```

Initial Conditions

Recursion

- จัดกระทำเงื่อนไขเริ่มต้นก่อนจะเรียกซ้ำ
- ตรวจสอบให้แน่ใจว่า การเรียกซ้ำจะไปจบที่เงื่อนไขเริ่มต้น