

Lab 9: Series and Recurrences

ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Recurrence Relation

- หรือ Recurrence Equation
- หรือ Difference Equation
- คือ สมการที่นิยาม โดยการอ้างอิงพจน์ก่อนหน้า โดยจะต้องมีการกำหนดพจน์เริ่มต้น (Initial Terms)

ทบทวนการสร้าง Function

```
function [x] = fun(n)
```

...

```
x = output
```

```
endfunction
```

ข้อมูลเข้า

ชื่อฟังก์ชัน

ข้อมูลออก

กำหนดข้อมูลออก

ตัวอย่างที่ 1 : Logistic Map

- Recurrence Relation

$$x_n = 0.5x_{n-1}(1 - x_{n-1})$$

- Initial Terms

$$x_0 = 0.1$$

- เราสามารถหาค่าพจน์ต่าง ๆ ได้โดย

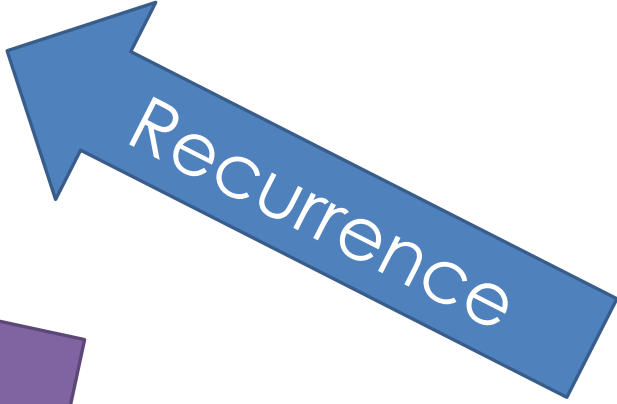
$$x_1 = 0.5(0.1)(0.9) = 0.045$$
$$x_2 = 0.5(0.045)(0.955) = 0.021$$

คำนวณใน Scilab

```
function [x] = logi(n)
  if n<=0 then
    x = 0.1
  else
    x = 0.5*logi(n-1)*(1-logi(n-1))
  end
endfunction
logi(20)
```



Initial Term 2



Recurrence



Find x_{20}

คำนวณใน Scilab

```
function [x] = 1
    if n<=0 then
        x = 0.1
    else
        x = 0.5*logi(n-1)*(1-logi(n-1))
    end
endfunction
logi(20)
```

ป้องกันเมื่อมีการให้
ค่า n เป็นจำนวนลบ

Initial term z

Recurrence

Find x_{20}

ตัวอย่างที่ 2 : Fibonacci's number

- Recurrence Relation

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

- Initial Terms

$$f_0 = 0, f_1 = 1$$

- เราสามารถหาค่าพจน์ต่าง ๆ ได้โดย

$$f_2 = f_1 + f_0 = 1 + 0 = 1$$

$$f_3 = f_2 + f_1 = 1 + 1 = 2$$

คำนวณใน Scilab

```
function [f] = fibonacci(n)
```

```
    if n<=0 then
```

```
        f = 0
```

```
    elseif n==1 then
```

```
        f = 1
```

```
    else
```

```
        f = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2)
```

```
    end
```

```
endfunction
```

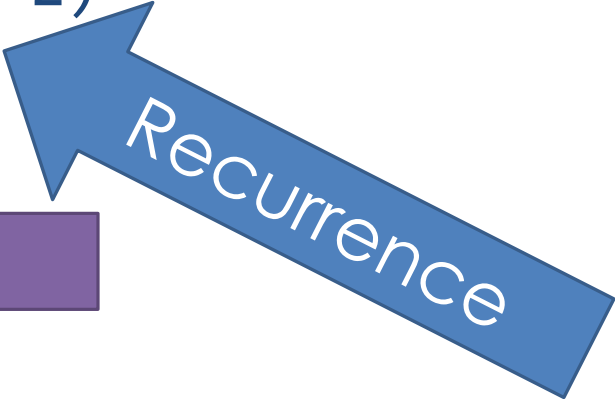
```
fibonacci(7)
```



Initial Term 1



Initial Term 2



Recurrence



Find f_7

ตัวอย่างที่ 3 : Binomial Coefficients

- Binomial Coefficients นิยามโดย

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

- แต่เนื่องจากตัวเศษและตัวส่วนอาจจะมีค่าใหญ่มาก ซึ่งคอมพิวเตอร์อาจจะมีเนื้อที่ไม่เพียงพอในการเก็บตัวเลขขนาดใหญ่ ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องใช้วิธีอื่น

ตัวอย่างที่ 3 : Binomial Coefficients

- เราสามารถคำนวณ โดยใช้ Recurrence ได้โดย

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

- เนื่องจากเป็นสมการสองตัวแปร เราจำเป็นต้องมีพจน์
เริ่มต้นสองพจน์คือ

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

คำนวณใน Scilab

```
function [g] = bino(n,k)
```

```
  if k<=0 then
```

```
    g = 1
```

```
  elseif n<=k then
```

```
    g = 1
```

```
  else
```

```
    g = bino(n-1,k-1) + bino(n-1,k)
```

```
  end
```

```
endfunction
```

```
bin
```

```
(10,5)
```

Initial Term 1

Initial Term 2

Recurrence

Find $\binom{10}{5}$