Linear Optimization

ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

ตัวอย่าง : กระบวนการแปรรูป

สมมุติว่าในกระบวนการแปรรูปแห่งหนึ่งมีการนำวัตถุดิบมาแปรรูปเพื่อให้ได้ผลิตผลที่มูลค่าเท่ากันอยู่สองชนิดคือ x_1 และ x_2 และอาจมีของเหลือ (x_3) ที่ไม่มีค่าเกิดขึ้นด้วย หากทราบว่าในกระบวนการแปรรูปจะทำให้ได้ x_1 และ x_2 ในปริมาณเท่ากัน อยากทราบว่าในกระบวนการแปรรูปวัตถุดิบปริมาณ 2 ตัน จะสามารถผลิต x_1 และ x_2 ที่มีมูลค่ารวมมากที่สุดเท่าไร

<u>ปัญหา</u> : การหาคำตอบที่ดีที่สุด

<u>ตัวแปรที่ต้องการทราบค่า</u> : x_1, x_2, x_3

<u>เป้าหมาย</u> : หาค่า x_1, x_2, x_3 ที่ทำให้

$x_1 + x_2$ มีค่าสูงสุด

<u>ภายใต้เงื่อนไข</u> :

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ตัวอย่าง: กระบวนการแปรรูป

สมมุติว่าในกระบวนการแปรรูปแห่งหนึ่งมีการนำวัตถุดิบมาแปรรูปเพื่อให้ได้ผลิตผลที่มูลค่าเท่ากันอยู่สองชนิดคือ x_1 และ x_2 และอาจมีของเหลือ (x_3) ที่ไม่มีค่าเกิดขึ้นด้วย หากทราบว่าในกระบวนการแปรรูปจะทำให้ได้ x_1 และ x_2 ในปริมาณเท่ากัน อยากทราบว่าในกระบวนการแปรรูปวัตถุดิบปริมาณ 2 ตัน จะสามารถผลิต x_1 และ x_2ที่มีมูลค่ารวมมากที่สุดเท่าไร

Maximize:

$$x_1 + x_2$$

for

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Maximization and Minimization

เราสามารถเปลี่ยนวัตถุประสงค์การหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาได้ในทางกลับกัน

Maximize:

$$x_1 + x_2$$

for

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Minimize:

$$-x_1 - x_2$$

for

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

การแสดงให้อยู่ในรูปผลคูณเมตริกซ์

เราสามารถอธิบายปัญหาการหาคำตอบที่ดีที่สุดในรูปผลคูณเมตริกซ์ ดังนี้

Minimize:

$$-x_1 - x_2$$

for

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Minimize:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

for

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

and

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \geq 0$$

การแสดงให้อยู่ในรูปทั่วไป

Minimize:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

for

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

and

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \geq 0$$

Minimize:

$$x^t . c$$

for

$$A_{eq} . x = b_{eq}$$

and

$$x \geq 0$$

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b_{eq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad c = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

การใช้โปรแกรม Scilab ในการหาคำตอบ

<u>Scilab :</u>

```
Aeq = [1 -1 0; 1 1 1]
beq = [0; 2]
c = [-1; -1; 0]
x = karmarkar(Aeq, beq, c)
```

Minimize:

$$x^t.c$$

for

$$A_{eq}.x = b_{eq}$$

and

$$x \geq 0$$

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b_{eq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad c = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

สรุปการใช้โปรแกรม Scilab ในการหาคำตอบ

<u>ปัญหาการคำนวน</u>

Minimize

$$-x_1 - x_2$$

for

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

and $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

<u>Sci Lab Program:</u>

```
Aeq = [1 -1 0; 1 1 1]
beq = [0; 2]
c = [-1; -1; 0]
x = karmarkar(Aeq, beq, c)
```

<u>Solution:</u>

$$x = [0.99 \quad 0.99 \quad 0.00]^t$$

การหาคำตอบที่ดีที่สุดภายใต้เงื่อนไขสมการเชิงเส้น

Scilab function : karmarkar function

```
x = karmarkar(Aeq, beq, c)
```

Aeq : matrix (n,p)

beq : n-vector

c : p-vector

การหาคำตอบที่ดีที่สุดภายใต้เงื่อนไขของสมการเชิงเส้น

Scilab function : karmarkar function

```
x = karmarkar([], [], c, [], [], [], [], [], A, b)
```

A : matrix (n,p)

b : n-vector

c : p-vector

ตัวอย่าง: การหาคำตอบที่ดีที่สุดภายใต้เงื่อนไขของสมการเชิงเส้น

Maximize

$$3x_1 + x_2$$

for

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

and $x_1, x_2 \geq 0$

Sci Lab Program:

```
A = [10 1; 1 5]
b = [2; 5]
c = [-3; -1]
lb = [0; 0]
x = karmarkar([], [], c, [], [], [], [], [], A, b,lb)
```