

สถิติเพื่อการตัดสินใจ



รองศาสตราจารย์พิษณุ เจียวกุณ
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์

สถิติสำคัญอย่างไร

- ✓ สถิติเป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการจัดการข้อมูล ประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของข้อมูล
- ✓ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการตัดสินใจ โดยใช้ความน่าจะเป็น



สถิติสำคัญอย่างไร

- ✓ สถิติเป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการจัดการข้อมูล ประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของข้อมูล
- ✓ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการตัดสินใจ โดยใช้ความน่าจะเป็น



ความน่าจะเป็น (Probability)

คือดัชนีชี้วัดความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ ซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งของการตัดสินใจ ภายใต้ความไม่แน่นอน (Uncertainly) โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญคือ การทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่าง และเหตุการณ์



การทดลองสุ่ม (Random Experiment)

เป็นปรากฏการณ์ใด ๆ ที่เราไม่ทราบผลการทดลองจนกว่าการทดลองนั้นจะสิ้นสุดลง แต่เราจะทราบถึงขอบเขตของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น เช่น การทดลองโยนเหรียญ การรักษาผู้ป่วย เป็นต้น



ปริภูมิตัวอย่าง (Sample space): S

คือเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการ
ทดลองสุ่มใด ๆ เช่น การทดลองโยนเหรียญ
ที่เที่ยงตรงจำนวน 2 เหรียญ ดังนั้น

$$S = \{ HH, HT, TH, TT \}$$



เหตุการณ์ (Event) : E

คือเซตย่อยของปริภูมิตัวอย่าง หรือเป็นกลุ่ม
ของผลลัพธ์ที่สนใจจากปริภูมิตัวอย่าง
จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์จะต้องไม่เกิน
จำนวนสมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง



ประเภทของความน่าจะเป็น

1. Classical Probability
2. Frequency Probability
3. Subjective Probability



ความน่าจะเป็นแบบ Classical Probability

พิจารณาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์
เทียบกับจำนวนสมาชิกที่เป็นไปได้ทั้งหมด
ดังนั้น

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$



ตัวอย่าง

โยนเหรียญที่เที่ยงตรง 2 เหรียญ จงหา
ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะหงายหน้าก้อย
1 เหรียญและหงายหน้าหัว 1 เหรียญ



วิธีทำ

ปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้คือ

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$ ดังนั้น $n(S) = 4$

เหตุการณ์ที่สนใจคือ $E = \{HT, TH\}$

ดังนั้น $n(E) = 2$

$$P(E) = n(E)/n(S) = 2/4 = 0.5$$



ตัวอย่าง

กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลขนาดเดียวกัน
จำนวน 10 ลูก ประกอบด้วยสีแดง 1 ลูก
สีเขียว 2 ลูก สีเหลือง 3 ลูก และสีน้ำเงิน
4 ลูก สุ่มลูกบอล 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็น
ที่จะได้ลูกบอลดังต่อไปนี้



ตัวอย่าง

- ก. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเดียวกัน
- ข. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเขียว 1 ลูก
- ค. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเขียว 1 ลูก
และสีแดง 1 ลูก



วิธีทำ

หาจำนวนวิธีในปริภูมิตัวอย่าง $n(S) = C_{10,2} = 45$

ก. จำนวนวิธีที่จะได้ลูกบอลสีเหมือนกัน

ลูกบอลสีเขียวเหมือนกัน $C_{2,2} = 1$

ลูกบอลสีเหลืองเหมือนกัน $C_{3,2} = 3$

ลูกบอลสีน้ำเงินเหมือนกัน $C_{4,2} = 6$



ตัวอย่าง

ดังนั้น

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{10}{45} = 0.22$$

ข. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเขียว 1 ลูก

$$\text{จำนวนวิธี} = C_{2,1} \cdot C_{8,1} = 16$$

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{16}{45} = 0.36$$



ตัวอย่าง

ค. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเขียว 1 ลูก
และสีแดง 1 ลูกจำนวนวิธี = $C_{1,1} \cdot C_{2,1} = 2$

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{45} = 0.04$$



ความน่าจะเป็นแบบ Frequency Probability

เป็นการกำหนดความน่าจะเป็นโดยอ้างอิง
ความถี่ของการเกิดผลลัพธ์ที่สนใจ โดยทำ
การทดลองหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งสัดส่วน
ของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจมีค่าคงที่ ซึ่ง
ค่าคงที่นี้คือค่าความน่าจะเป็น



ความน่าจะเป็นแบบ Subjective Probability

เป็นการกำหนดความน่าจะเป็นโดยอาศัย
ประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญ ยิ่งมีข้อมูล
มาก การหาความน่าจะเป็นจะมีความ
แม่นยำมากขึ้น เช่น การทำนาย
ผลตอบแทนการลงทุน หุ้น ฯลฯ



ค่าคาดหวัง (Expectation)

ค่าเฉลี่ยของการเกิดขึ้นของค่าของตัวแปรที่
สนใจ ภายใต้ความน่าจะเป็นที่ตัวแปรแต่ละ
ค่าจะมีโอกาสเกิดขึ้น



ค่าคาดหวัง (Expectation) : $E(X)$

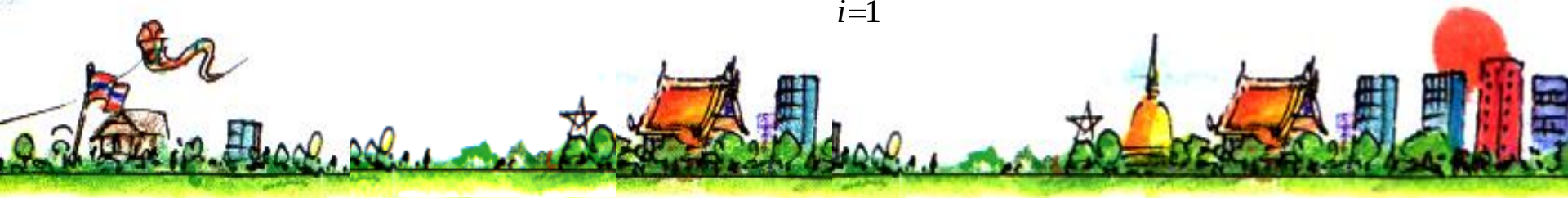
นิยาม กำหนดให้ X เป็นตัวแปร

ประกอบด้วยค่าของตัวแปร $X_1, X_2, \dots, X_n$

ด้วยความน่าจะเป็น $P_1, P_2, \dots, P_n$

ตามลำดับ ดังนั้นค่าคาดหวัง คือ

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$



ตัวอย่าง

การศึกษาผลตอบแทนของการถูกรางวัล
สลากกินแบ่งรัฐบาล เลขท้าย 2 ตัวจำนวน
1 ใบ ถ้าถูกรางวัลจะได้เงินรางวัล 2,000
บาท ถ้าไม่ถูกรางวัลต้องจ่ายเงินค่าสลาก
80 บาท



ตัวอย่าง

ให้ X แทนผลตอบแทน ดังนั้น

$$X = -80, 2,000$$

$$P(X=-80) = 99/100$$

$$P(X=2,000) = 1/100$$

$$E(X) = -80(99/100) + 2,000(1/100) = -59.2$$



ตัวอย่าง

ค่าคาดหมายของผลตอบแทนมีค่าเท่ากับ -
59.20 บาท หมายความว่า ถ้าเราซื้อสลากกิน
แบ่งรัฐบาลจำนวน 1 ใบ โดยที่เราสนใจ
เฉพาะรางวัลเลขท้าย 2 ตัว คาดว่าจะเสียเงิน
โดยเฉลี่ย 59.20 บาทต่อใบ



ตัวอย่าง

ให้ X แทนผลตอบแทน ถ้าเราต้องจ่ายเงินค่า
สลากก่อน ดังนั้น

$$X = -80, 1,920$$

$$P(X=-80) = 99/100$$

$$P(X=1,920) = 1/100$$

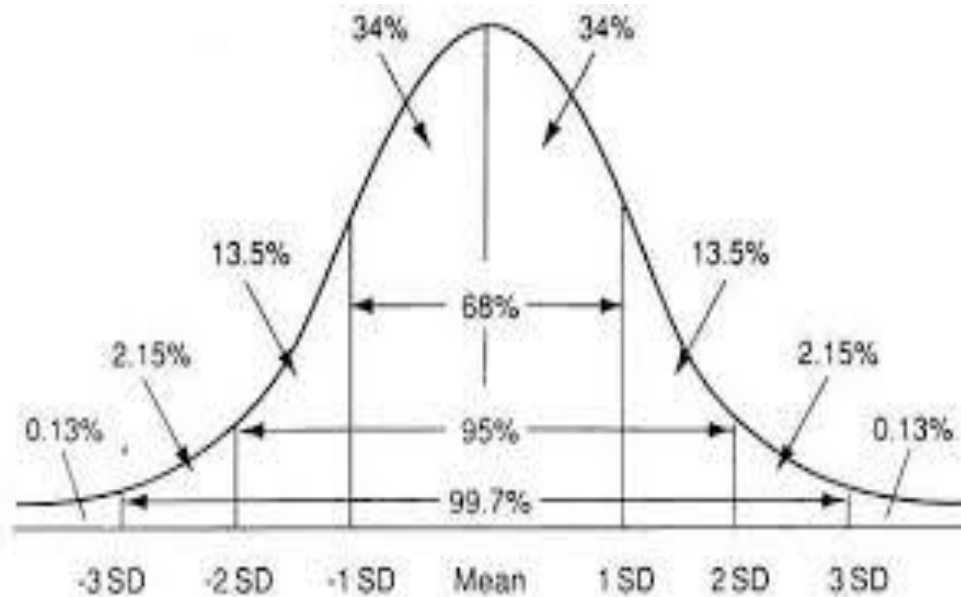


การแจกแจงปกติ

โดยทั่วไปถ้ามีข้อมูลจำนวนมาก ถ้านำมา
จัดเรียงแล้วจะพบว่า ข้อมูลที่มีค่ามากหรือ
น้อยจะมีจำนวนไม่มาก ส่วนข้อมูลที่มีค่าปาน
กลาง จะมีจำนวนมาก เมื่อนำมาพล็อตกราฟ
แล้วจะพบว่า จะมีลักษณะคล้ายระฆังคว่ำ



รูปการแจกแจงปกติ



การแจกแจงปกติ

ค่าเฉลี่ยของข้อมูลจะอยู่บริเวณตรงกลางของ
รูปโค้งระฆังคว่ำ รูปการแจกแจงปกติจะมี
ลักษณะสมมาตร (Symmetry curve)



การแจกแจงปกติมาตรฐาน

(Standard normal distribution)

ถ้าให้ X แทนตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ แล้ว เราสามารถแปลงค่า X ให้เป็นค่า Z ซึ่งเป็นการแจกแจงปกติมาตรฐาน โดยที่



การแจกแจงปกติมาตรฐาน (Standard normal distribution)

โดยที่

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Z มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าเบี่ยงเบน
มาตรฐานเท่ากับ 1 หรือ $Z \sim N(0,1)$



การแจกแจงปกติมาตรฐาน

(Standard normal distribution)

การหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการ
แจกแจงปกติมาตรฐาน Z สามารถเปิดตาราง
การแจกแจงปกติเพื่อหาพื้นที่ใต้โค้งได้



การแจกแจงปกติมาตรฐาน

(Standard normal distribution)

ตัวอย่าง

$$P(0 < Z < 1.23) = 0.3907$$

$$P(Z > 1.23) = 0.5 - 0.3907 = 0.1093$$

$$P(Z < -1.23) = 0.5 - 0.3907 = 0.1093$$



การแจกแจงปกติมาตรฐาน

(Standard normal distribution)

ตัวอย่าง

$$P(-2.5 < Z < -1.5) = 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$$

$$P(Z > c) = 0.025, c = 1.96$$



ตัวอย่าง

การสอบครั้งหนึ่งมีนักศึกษาเข้าสอบทั้งหมด 800 คน คะแนนสอบมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 60 คน ส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน

ก. สุ่ม นศ.จำนวน 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ นศ.ที่มีคะแนนมากกว่า 50 คะแนน



ตัวอย่าง

ให้ X เป็นคะแนนสอบของนักศึกษา

$$\mu=60 \quad \sigma=10$$

$$\text{หา } P(X>50) = P(Z>-1)$$

$$= 0.3413+0.5$$

$$= 0.8413$$



ตัวอย่าง

ข.ถ้าอาจารย์ผู้สอนกำหนดเกรด F ถ้าได้คะแนนน้อยกว่า 45 คะแนน คาดว่าจะมี นศ.ที่สอบได้เกรด F กี่คน

$$\begin{aligned}P(X < 45) &= P(Z < -1.5) = 0.5 - 0.4332 \\ &= 0.0668\end{aligned}$$



ตัวอย่าง

นั่นคือมี นศ.คาดว่าจะสอบได้เกรด F ด้วยความ
น่าจะเป็นเท่ากับ 0.0668 หรือคิดเป็น 6.68%
ถ้ามีนักศึกษา 800 คน คาดว่าจะมีผู้ที่สอบได้
เกรด F จำนวน $0.0668(800) = 53.44$ หรือ
ประมาณ 54 คน



ตัวอย่าง

ค.ถ้ามีนักศึกษาได้รับเกรด A จำนวน 80 คน ผู้
ที่ได้เกรด A ต้องได้คะแนนอย่างน้อยเท่าไร

แนวคิด คือต้องหาได้ผู้ที่ได้เกรด A คิดเป็น
สัดส่วน $80/800 = 0.10$ หรือความน่าจะเป็นที่
จะได้เกรด A เท่ากับ 0.10



ตัวอย่าง

เมื่อเทียบกับตาราง Z จะพบว่า

$$P(0 < Z < 1.28) \approx 0.40$$

ดังนั้น $\frac{a - 60}{10} = 1.28 \quad a = 72.8$

นักศึกษาที่ได้รับเกรด A จะต้องได้คะแนนตั้งแต่ 72.8 ขึ้นไป จึงจะได้เกรด A



ตัวอย่าง

ถ้าอายุการใช้งานของเครื่องคำนวณชนิดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ย 48 เดือน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 12 เดือน บริษัทรับประกันถ้าเครื่องคำนวณเสียภายใน 18 เดือน จะจ่ายเงินชดเชยเครื่องละ 2000 บาท ถ้าบริษัทผลิตสินค้าออกมา 1500 เครื่อง บริษัทต้องเตรียมเงินชดเชยให้ลูกค้าเท่าไร ?



ตัวอย่าง

ถ้าให้ X แทนอายุการใช้งานของเครื่องคำนวณ

หา $P(X < 18)$

ดังนั้น $P(X < 18) = P(Z < -2.5) = 0.0062$

ดังนั้นเครื่องคำนวณจะเสียทั้งหมด = 1500×0.0062

คิดเป็น 9.3 หรือประมาณ 9 เครื่อง คิดเป็นเงิน 9×2000

เท่ากับ 18000 บาท

